

کتابخانه تصفیہ کا علی آباد دکن

۵۵

نمبر کتاب

تاریخ تحریر

نام کتاب

فہم کتاب

نمبر کتاب فہم مذکور

العنبر الوصفیہ

ریاضی

۸۰

2397
8/19

CHIEF



الحمد لله الذي ملا فراغ الوجود بأشكال مصنوعاته * وتنزه عن سمات
الجوهر والعرض في قديم ذاته وصفاته * ابرز العالم من بدیع اختراعه على خط
استواء * فسطح امتداد الارضين على اجسام الهواء * ورفع السماء متباعدة
الابعاد بلا عمد * فكانت الكائنات محكمة الاتقان على وفق ما اراد * وللصلاة
والسلام على مسقط نقطة قلم الرسالة * ومهبط وحى الحكمة والجمال والجلاله *
سيدنا محمد الذي تقاطعت على بعد سيفه اعناق الكافرين * وعلى آله واصحابه
وعترته وحزبه المنجليين * اما بعد فيقول الفقير الى مولاه المجدد * راجي عقوه
البيوي محمد * انه لم اصدرا الامر الكريم بالارتحال * في تحصيل المعارف التي
بها تنافس الرجال * من سدة صاحب السعادة والتمكين * وراعي حمية الاتسلام
والمسلمين * من انام الانام على بساط الامان * وجعلهم في نيل وايات العدل
والاحسان * عز يزمر وعهد الشام والجاز واليمن * بعبا ية من عليه

بأيام السعادة من الغنى ~~من تسليته بها~~ من الكمال والحرمة مكارم
اخلاقه بقول من قال

واذا القول وكيف القول في ملأه قد فاق كل ملأه العصر الاول
محمد انت ان احملته مبتلا * وان طلبت لك العلياء انت على
ولله در القائل

لست اسمحك اجلالا وتكرمة * فقد رك المعالي عن ذلك يكفيني
اذ انفردت وما شورك في صفة * فحسبنا الوصف ايضا حواطينا
ابطال الله يقاها يامه * ولا اعتمد الا في رقاب اعدائه حسامه * وجعل تصاريق
الاقدار من جلة جنده * ووهب له ملكا لا ينبغي لاحد من بعده
آمين آمين لا ارضى بواحدة * حتى ابلغها النعمين آمين
وكنت قد بلغت لوجوب امتثال ذلك الامر حد التكليف * حيث طبعت على
حب المعرفة ولم يكن لاداني غير التغي باسما تشيف * فاندرجت مع من شبر
عن ساق الارتحال * وتوجهنا الى مدينة باربر لتحصيل مزاي الكمال * علمانا
بان ذلك يكون عدة للمسلمين * وزيادة في قوة من اعتصم بحبل الله المتين * ولما
دخلناها اختار كل منا اي فن اراده * وبذل همه فيه واجتهاده * وتبعنا
مدارسها * ولا زنا فلا سفها * حتى استخرجنا خبايا مطالب العلوم المدرسة *
واختصت بالتصدي لعلم الهندسة * فاجتهدت في دراستها * ولا زنت فحول
مدارسها * حتى نظروني بعين الاعتبار * بعد ان اختبروني غاية الاختبار *
واحضروني في مجالس الامتحان غير مرة * وانفقت على اعتراف لي كلمة اهل
الخبرة * فاعطوني امارة من اشتمل من العرفان برءائه * وتلك الامارة رقة غزال
فيه ختم ملكهم ووزرائه * ومن دواعي العناية والاسعاف * وبمن السعادة
وخفي الاطراف * انه كان الناظر علينا في ارتقاء درج تلك المعالي * حضرة
مختار بيك رئيس المجلس العالي * فكان يتعهد تعليمنا بالعدو والاصال * وبذل
الجهد في تبليغ الامال * حتى من الله علينا بمحصول المراد * فحمدناه جدا
بوذن بالازدياد * ثم انصرف سعي بخالص النية وشكورا * ورجعت الى اهلي

بما ظفرت مسرورا * ثم عرضت عنوان صحايف اسفاري * ومجل ما تفتت
 معرفته في اسفاري * على بهجة الزمان * وعظم مطم العرفان * و
 ادهم بك مدير عموم المهمات الحربية * ومركز دوائر افلاك الص
 والعملية * فكنت في ذلك كن قابل الصباح بالمصباح * او واجه القرصة
 بالمباح * فقلت في نفسي اين المجبة من الله * هشتان بين التعاسيف والنجبة *
 واقتفيت حسن اناره * واقتبست من ساطع انواره * حتى عرفني حقايق
 الاصطلاحات * وبين في تفاصيل المجلات * واوضح لي ابهام ما اشكل * وسهل لي
 صعوبة ما اعزل * ولما وصلت بحسن ارشاده الى هذه الغاية * شرحت
 في افادة ما عندى من الدراية * واخترت هذا الكتاب في الهندسة

الوصفية * وارت ان اترجمه من اللغة الفرنسية الى اللغة

العبرية * لانه مع قلة حجمه كثير الافاده * ليس

لا تلبس من كنز حور ~~الافلاكي~~

وهذا اوان الشروع في المرام *

وبسأل الله حسن

الختام

(مقدمة)

المهندسة الوصفية تحتوي على ثلاث منافع الاولى رسم الاجسام على سطوح مستوية معناها ان الجسم الذي له ثلاثة ابعاد يمكن رسمه على السطح المستوي الذي ليس له الا بعدان الثانية رسم البلاد على سطح بسيط واحد الثالثة معرفة الاشياء من بعد رسمها .

جميع الاجسام يمكن النظر اليها كأنها مركبة من جمل تقط ولذا يلزم ان ينتهي بوجود موضع نقطة في الفراغ اعني جوف الهواء فحين ان الفراغ لا حدود له بل هو متشابه من جميع الجهات يحتاج ان نجعل وجود تلك النقطة التي في الفراغ بطريقة لا تكون لازمة للفراغ نفسه والمقصود شرح الطريقة السهلة التي تدل على وجود نقطة في الفراغ فلا جل ذلك يعرف انه يوجد ثلاث طرائق لادراك نقطة في الفراغ الاولى من بعد ادراك ابعاد هذه النقطة لنقطه لومة في الفراغ الثانية من بعد ادراك ابعاد هذه النقطة الى خطوط مستقيمة ايضا معلومة في الفراغ الثالثة من بعد ادراك ابعاد هذه النقطة الى سطوح مستوية مفروضة ايضا في الفراغ فالطريقة الاولى ينبغي لها رسم كرات ووجود خطوط تقاطعها والطريقة الثانية تحتوي ايضا على رسم اسطوانات ووجود خطوط تقاطعها فهذه الطريقة اعظم صعوبة من الطريقة الاولى واما الطريقة الثالثة فلا تحتاج الا الى رسم سطوح مستوية فقط متوازية للسطوح المذكورة بالا ابعاد المعلومة فحين ان رسم السطوح اسهل من رسم الاجسام التي ذكرت سابقا في بيان الطريقتين الاولتين يحتاج ان نستعمل الطريقة الاخيرة ولكن ليس كلما يستعملونها في علم تطبيق الجبر بالمهندسة لمعرفة نقطة في الفراغ فلدی اظهر الهندسة الـ سفة كان مراده الاختصار فاكثف بسطحين عوضا عن الاحتياج . سطوح لاجل وجود نقطة في الفراغ ولذا صار ت الهندسة ١١ . ولكن افاء . الى التعب الذي يحصل للأنس

في بيان تعاريف الهندسة الوصفية

١ الخط الذي يسمى خطا رأسيًا هو العمود الواقع على سطح الماء كما في المحيط أو الخط الذي يتبع الجسم في وقوعه من أعلى إلى أسفل والخط العمود على الخط المذكور يسمى خطًا أفقيًا

٢ الخط المنسوب لنقطة أو جسمه نقط مكلفة بقاعدة واحدة يسمى رسمًا هندسيًا مثل الرسم الهندسي المنسوب لمراكز الدوائر المتقاطعة بنقطتين معلومتين * هو الخط العمود على الخط الواصل بين النقطتين المذكورتين وكذلك الرسم الهندسي الحاصل من المعادلة $F = (M, V) = \dots$ هو الخط المركب من النقطتين المنتهية من قيمتي M و V اللتين يصلان للمعادلة المذكورة

٣ موقع العمود النازل من نقطة على سطح يسمى مسقط هذه النقطة ومسقط خط على سطح هو الخط المركب من جميع مواقع العواميد النازلة من جميع نقاط الخط المرفوع على السطح المذكور (شكل ١)

النقطة والخط يمكن إسقاط كل منهما على سطح من غير أنزال عمودان على هذا السطح ولكن يلزم أن تكون الخطوط النازلة على السطح موازية لخط منحرفه أو مائل على سطح المسقط

٤ السطوح المسقوطة عليها تسمى سطوح المسقط فلاجل أن نشرح على استعمال المساقط يلزم أن نبدأ بالثاني الأسهل مسقطا وهو النقطة ولذلك يفرض في الفراغ سطحان مستويان عمودان على بعضهما ونميزهما من بعضهما بتسمية الأول سطحًا أفقيًا والثاني سطحًا رأسيًا وهذا السطحان يسمىان أيضًا سطحين المسقط وخط تقاطعهما يسمى خط الأرض أو فصلًا مشتركًا مسقط النقطة التي في الفراغ على السطح الأفقي يسمى المسقط الأفقي لهذه النقطة وكذلك مسقطها على السطح الرأسي يسمى المرقط الرأسي وأيضا مسقط خط على السطح الأفقي يسمى المسقط الأفقي لهذا الخط ومسقطه على السطح الرأسي يسمى المسقط الرأسي للخط المذكور وأما السطوح لستوية فخط

تقاطع مع السطح الافقي يسمى الاثرا لافقي لهذا السطح وخط تقاطع
 السطح الرأسى يسمى اثرا رأسيا للسطح المذكور
 • مثلا : قطا نقطة في الفراغ على سطحى المسقط يمكن ادراك موضع هذه
 النقطة باقامة عمودين على هذين السطحين من هذين المسقطين فنقطة تقاطع
 هذين العمودين هي النقطة المطلوبة بحيث ان هذه النقطة يلزم ان توجد
 على كل من العمودين المذكورين (شكل ٢) .

اذا وجدت نقطتان على سطحى المسقط فبالا ~~تكونا~~ حادثتين
 من نقطة واحدة في الفراغ وبفهم ذلك بانزال عمود على خط الارض
 من كل واحدة من النقطتين المذكورتين فاذا كان هذان العمودان
 يتقابلان في نقطة واحدة على خط الارض يعلم من ذلك ان النقطتين حادثتان
 من نقطة واحدة واذا لم يحصل ذلك فهاتان النقطتان ليستا مسقطى نقطة
 واحدة والاثبات على ذلك حيث ذكر سابقا انه اذا علم مسقطى نقطة
 في الفراغ على سطحى المسقط فتوجد هذه النقطة باقامة عمودين على
 هذين السطحين من تقاطع المسقط فنقطة التقاطع هي النقطة المطلوبة لانه اذا
 قدرنا مسطحا ما راها هذين العمودين فهذا السطح يصير عمودا على سطحى المسقط
 وكذلك على خط تقاطعهما فخط تقاطع السطح المذكور مع سطحى المسقط
 يصيران ايضا عمودين على خط الارض ويتقاطعان بنقطة واحدة على هذا
 الخط فهذا البرهان هو المطلوب

العمود النازل من المسقط الرأسى على خط الارض هو مقدار ارتفاع النقطة
 الفراغية على السطح الافقى والعمود النازل من المسقط الافقى على خط الارض
 هو مقدار ارتفاع النقطة في الفراغ على السطح الرأسى لان هذين العمودين
 موازيان ومساويان للعمودين النازلين من النقطة الفراغية على سطحى
 المسقط حيث ان الجمع اضلاع مستطيل واحد

(شكل ٢) اذا كانت نقطة على سطح من سطحى المسقط تكون مسقطا
 لنفسها على ذلك السطح ومسقطها على السطح الاخر هو موقع العمود

النازل منها على خط الأرض

٦ وقد يعلم مقدار خط وموضعه في الفراغ من بعد ادراك مسقطيه على سطح المسقط (شكل ٣) لاتنا اذا فرضنا نقطة a من الخط الفراغي المجهول وانزلنا على السطح الافقي عمودا من هذه النقطة نجد مسقطها الافقي a على المسقط الافقي الذي هو m للخط المجهول واذا انزلنا من نقطة b النقطة المجهولة عمود b على خط الأرض واقنا من نقطة c ايضا عمودا على هذا الخط فهذا العمود يقطع المسقط الرأسى بنقطة d فنقطتا a و d هما مسقطا نقطة a المجهولة وبالعكس نقطة a مسقطاها هما a و d فهاذا ذكرناه على المسقط الافقي يمكن اجراؤه على المسقط الرأسى فيفهم من ذلك انه اذا فعلنا بجميع نقط المسقطين وهما m و h و k كما فعل بنقطتي a و b اعنى نبث عن النقط المطابقة لنقطة في الفراغ وبعد وجودها نقيم منها عمودا على سطح المسقط فتقاطع كل عمودين قائمين من نقطتين مطابقتين يحدث نقطة في الفراغ من الخط اللازم فالخط المركب من تلك النقط هو الخط المطلوب

٧ الى الان قد استعملنا سطحين لمعرفة نقطة او خط في الفراغ من بعد ادراك مسقطيهما على هذين السطحين ولكن هذا ليس هو المقصود بل المراد وجودهما باستعمال سطح مستو واحد فلاجل بلوغ المراد نفرض ان السطح الرأسى يدور حول خط الأرض الذي هو خط تقاطع سطحى المسقط كباب طابقة حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقي (شكل ٤)

ففي هذه الدورة مسقط a الرأسى لنقطة m في الفراغ يرسم قوس دائرة a ثم نبحث ان خط a هو لم يزل عمودا على خط الأرض دائما يحتاج ان مسقطي a و b يصيران على a و b حصر على خط الأرض

الشكل المسطح المستوي الذي يورى جسم يسمى a و b هما لهذا الجسم فلاجل معرفة الاجسام المرسومة على سطح مستو a و b لازم ان

ينظر السطح الرأسى كانه رجع الى حالته الاولى اعنى عمودا على السطح الافقى
(شکل ٥)

دعونا نرى ايجام ان الهندسة الوصفية تحتاج الى سطحين مستويين ولكن
لم نذكرها السبب في ذلك والسبب علمنا انه تستعمل ثلاثة سطوح مستوية لوجود
نقطة في الفراغ في علم تطبيق الجبر على الهندسة لان معرفة كل مسقط
سطح تحتاج الى خطين عمودين على بعض مثل معرفة المسقط الرأسى يلزم
خطا $اسه$ و $اصه$ عمودين على بعض (شکل ٦)

وكذلك المسقط الافقى يلزم له خطا $ا$ و $اط$ عمودين على بعض ولكن
خطا $اصه$ و $واط$ يحددان بينهما سطحا مستويا ثالثا فهذا السطح
هو اللازم لعلم تطبيق الجبر على الهندسة ولكن لا فائدة له في الهندسة الوصفية
قد فرضنا ان السطحين المستعملين في علم الهندسة الوصفية غير محدودين
ولكن يحدث بينهما اربع زوايا كل نقطة فراغية يوجد لها موضع في احدى تلك
الزوايا فيحتاج اليه على وجود هذه النقطة في اى زاوية كانت بعد ادراك
مسقطيها على السطحين المذكورين

اولا اذا فرض ان نقطة $م$ التي في الفراغ موضوعة في الزاوية العليا التي على اليمين
(شکل ٧) فسقطها الرأسى والافقى هما $ف$ و $سه$ فاذا قدرنا ان السطح
الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى في
هذه الدائرة نقطة $سه$ ترسم قوس دائرة وتقع على نقطة $سه$ فسقطا
النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط كما في (شکل ٨)

ثانيا اذا كانت نقطة $م$ التي في الفراغ موضوعة في الزاوية العليا التي على
الشمال (شکل ٩) فسقطها الرأسى والافقى هما $ف$ و $سه$
الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا
واحدا مع السطح الافقى في هذه الدائرة نقطة $سه$ ترسم قوس دائرة
وتقع على نقطة $سه$ فسقطا النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط
كما في (شکل ١٠)

ثالثا اذا فرض ان نقطة م التي في الفراغ موضوعة في الزاوية السفلى التي على
اليمين (شكل ١١). فسقطها الرأسى والافقى هما ف و م. فاذا قدرنا
ان السطح الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحاً واسعاً
مع السطح الافقى ففي هذه الدائرة نقطة م ترسم قوس دائرة وتقع على
لمة فسقطا النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط كما في
(شكل ١٢)

رابعا اذا فرضنا ان نقطة م التي في الفراغ موضوعة في الزاوية السفلى التي
على الشمال (شكل ١٣) فسقطها الرأسى والافقى هما ف و م.
فاذا قدرنا ان السطح الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحاً واحداً
مع السطح الافقى ففي هذه الدائرة نقطة م ترسم قوس دائرة وتقع على
نقطة م ويوجد مسقطا النقطة المذكورة على سطحى المسقط كما في
(شكل ١٤)

١٠ مسقط الخط المستقيم على سطحى المسقط هما خطان مستقيمان
(شكل ١٥)

ولاجل ان تثبت تحقيق هذه القاعدة نفرض انزال عمود ا م من نقطة
م حيث ما اتفق من نقط الخط الذي في الفراغ على السطح الافقى وتنشئ سطحاً
بهذا العمود وبخط المعلوم فهذا السطح يصير عموداً على السطح الافقى ويقطعه
في خط ا م فاذا انشأ عموداً على السطح الافقى من كل من نقط ا م فهذه
العواميد تصير داخل السطح المذكور وتنتهى الى نقط الخط المعلوم وبالعكس
اذا انزلنا عواميد على السطح الافقى من نقط الخط المعلوم فواقعها على هذا
السطح فوجد على خط تقاطع السطح العمودى مع السطح الافقى
(يند ٣) فن ذلك يفهم حقيقة الشرح الذى ذكر سابقاً

يشار الى نقطة في الفراغ بهذا الاشارة (ا م) في الهندسة الوصفية ومعناها
النقطة التي مسقطها ا م وكذلك الخط يشار اليه بهذه الاشارة
(ا م م) ومعناها الخط في الفراغ الذى مسقطها ا م م

السطح المائل مخطط في الفراغ وبعمود نازل من نقطة من هذا الخط يسمى سطحاً

مستقيماً على السطح المسقطي

١١ إذا كان خط موازياً للسطح من سطحى المسقط فسقطه على السطح الثاني هو خط مواز لخط الأرض لأنه إذا فرضنا سطحاً مسقطاً من الخط المعلوم فهذا السطح يصير موازياً للسطح المسقطي المذكور وخط تقاطعه بهذا السطح هو خط مواز لخط الأرض لأن خطي تقاطع سطحين متوازيين بـ سطح ثالث هما متوازيان فهذه القاعدة تجري على خط مستقيم وخط قوس مستوي

١٢ إذا كان خط مستقيم عموداً على سطح من سطحى المسقط فسقطه على ذلك السطح يكون نقطة ومسطقه على السطح الثاني يكون خطاً عموداً على خط الأرض فالإثبات على القاعدة الأولى ظاهر ولما القاعدة الثانية فشرحها هو الآتي نفرض خط ab عموداً على السطح الراسي (شكل ١٦) وننزل عموداً على السطح الأفقي من نقطة c فالسطح المسقوط المنشأ من هذين العمودين يكون عموداً على سطحى المسقط وكذلك على خط تقاطعهما الذي هو خط الأرض لجميع الخطوط المرسومة على السطح المذكور هي عموداً على خط الأرض وكذلك مسقطها الخط المذكور وهذا هو المطلوب

إذا كان خطاً ممتداً على سطح من سطحى المسقط فهذا الخط هو مسقط نفسه على ذلك السطح ومسطقه على السطح الثاني هو جزء من خط الأرض محصور بين العمودين النازلين من طرفيه على خط الأرض

١٣ إذا كان خطان متوازيين في الفراغ فسقطاهما على السطح الراسي وعلى السطح الأفقي هما أيضاً متوازيان لأن السطحين المسقطين من كل من السطحين الأفقي متوازيان نقطتا تقاطعهما هما السطحين

١٤ إذا كان خط مستقيم موازياً للسطح من سطحى المسقط فسقطه على السطحين مساو للجزء المذكور

في بيان تعاريف السطوح

١٤ اذا كان شطآن مستقيمان متقابلين في الفراغ فهذا ان شاء الله الفراغ الذي بينهما تحدث سطحاً مستوياً

خطا تقاطع سطح بسطح المسقط هما الخطان المنتخبان لوجود هذا السطح لان ادراكهما سهل وحيث ان السطح المذكور لا يمكنه ان يقطع خط الارض الا بنقطة واحدة فمن ذلك يعلم ان خطي التقاطع المذكورين يلزم ان يتقابلوا في نقطة واحدة من نقط خط الارض وهذا الخطان هما المستقيمان سابقاً اثر السطح

١٥ اذا كان سطح موازياً لخط الارض فاثراه يكونان موازيين لهذا الخط لانه اذا كان اثر من الاثرين يتقاطع بخط الارض فنقطة التقاطع تصير مشتركة بين السطح المذكور وخط الارض وهذا لا يمكن لكونهما متوازيين بالفرض

١٦ اذا كان سطح عموداً على سطح من سطحي المسقط فاثراه على السطح الثاني هو خط عموداً على خط الارض لانه اذا فرضنا مثلاً ان السطح المذكور اعتمد على السطح الافقي فاثراه على السطح الرأسي يصير عموداً على السطح الافقي وكذلك على خط الارض

١٧ اذا كان سطح عموداً على خط الارض فاثراه يصير ان عموداً واحداً على هذا الخط

الدعوى الاولى العملي

(شكل ١٧) اذا علم مسقطاً خطاً مستقيماً على سطحي المسقط واريد استخراج نقطتي تقابل الخط المذكور بالسطحين المذكورين

نفرض ان $ا$ خط الارض و $د$ و $هـ$ هو مسقط الخط المعلوم وبعد ذلك نمد خط $د$ الى ان يقطع خط الارض بنقطة $ز$ ونرفع عموداً على خط الارض من هذه النقطة ونمده حتى يقطع $هـ$ و بنقطة $ح$ فهذه النقطة هي نقطة تقابل الخط الفراغي مع السطح الرأسي وكذلك يفعل لايجاد نقطة تقاطع

الخط المذكور مع السطح الافقي يمد خط $و ه$ ايضا على استقامته حتى يقطع
خط الارض في نقطة $ط$ وتقيم عمودا على خط الارض من هذه النقطة
حتى ينتهي الى خط $و ه$ بنقطة $ز$ فهذه النقطة هي المطلوبة
في شكل هذه المسئلة فرضنا ان الخط الفراغي يقابل سطحى المسقط بنقطتين
ظاهرتين للنظر اعني امام هذين السطحين ولكن يمكن ان الخط المذكور يقابل
سطحى المسقط من ورائهما فطريقة وجود نقطتي التقابل هي كما عرفنا
عنها سابقا ولكن يلزم ان الخطوط المرسومة من ورائى سطحى المسقط تكون
منقوطة كما في (شكل ١٨)

الدعوى الثانية العملي

(شكل ١٩) اذا علم المسقط الافقي لنقطة و اثر اسطح ما بهذه النقطة و اريد
استخراج المسقط الرأسى الحادث من النقطة المذكورة
فجعل نقطة $م$ المسقط المعلوم و خطى $ا ب$ و $ا ث$ الاثرين المعلومين
فاذا فرضنا خطا مستقيما في السطح المعلوم من النقطة الفراغية التي مسقطها
 $م$ فالمسقط الافقي لهذا الخط يمر من نقطة $م$ وهو $د ه$ فاذا وجدنا
المسقط الرأسى للخط المذكور يسهل علينا وجود المسقط المطلوب للنقطة
المعلومة فلجل ذلك ننبه اولان الخط المفروض في السطح المعلوم لا يمكن
مقابلة بالسطح الافقي الا بنقطة من نقط الاثر الافقي للسطح المعلوم وكذلك
هذه النقطة يلزم ان توجد على المسقط الافقي للخط المفروض فنقطة تقاطع
هذين الخطين هي النقطة المذكورة وبعد ذلك اذا اتركنا عمود $و ه$
على خط الارض حيث ان نقطة $و$ هي من نقطة الخط المفروض فن ذلك
يقع $ا$ نصير من نقط المسقط الرأسى للخط المفروض فنجد
هنا $ب$ بعرفة نقطة ثانية ولذلك نمد خط $ف ز$ على استقامته
حتى $ح$ نخط الارض في نقطة $ع$ فهذه النقطة هي المسقط الافقي
لنقط $ط$ المفروض بالسطح المعلوم فاذا اتينا عمودا على خط الارض

من نقطة ϵ فالنقطة المذكورة توجد أولا على هذا العمود وثانيا على
الانحراف الرأسي للسطح المعلوم فنقطة تقاطع هذين الخطين هي النقطة التي من
نقط الخط المفروض فاذا وصلنا نقطة $هـ$ بنقطة $هـ$ بنقط $هـ$ هو
المسقط الرأسي للخط المفروض والمسقط الرأسي للنقطة الفراغية التي مسقطها
الافقي نقطة $م$ يوجد على خط $هـ$ وعلى عمود $م$ القائم من نقطة
 $م$ على خط الأرض فنقطة ϵ التي هي تقاطع خط $م$ بخط $هـ$
هي المسقط المطلوب

ويمكن ان تحل هذه الدعوى بطريقة سهلة ولكن ليست عمومية كالطريقة
السابقة (شكل ٢٠) بغنى عن شرح هذه الطريقة وبوجود المسقط المجهول
لنقطة المعلومه

الرسم الوصفى الاول

الدعوى الثالثة العمل

(شكل ٢١) اذا اردنا متداخلة مستقيم مواز لخط مستقيم معلوم ايضا
في الفراغ من نقطة معلومة فيه

نجعل $ث$ و $د$ مسقطي النقطة المعلومه وخطى $ا$ و $ب$ مسقطي
الخط المستقيم المعلوم فمن بعد ما ذكر سابقا انه اذا كان خطان في الفراغ
متوازيين فساقطهما تصيرا ايضا متوازيه وكذلك هذان المسقطان يمران
بمسقطي النقطة المعلومه ومن ذلك اذا مددنا من نقطتي $ف$ و $د$ خطين
موازيين لخطي $ا$ و $ب$ فهذان الخطان يصيران مسقطي الخط المطلوب
واذا اردنا بعد ذلك وجود طول اى مقدار برز من الخط الذى مسقطاه
 $ح$ و $هـ$ ف تنبه اولاً ان نقط اطراف مسقطى هذا الجزء يلزم
ان تصبكون مثنى مثنى على عمود واحد على خط الارض كما في (شكل ٥)
حيث ان تلك الاطراف هي مساقط اطراف الجزء الذى في الفراغ وبغدد ذلك
اذا فرض ان $ح$ و $هـ$ في مسقط الجزء المطلوب من الخط الموازى
فتجد ان الجزء المطلوب الذى في الفراغ هو الضلع الرابع من اضلاع شكل شبه

المنحرف والاضلاع الباقية واحدها هو المسقط الأفقي للجزء المطلوب
والأثنان الآخران هما ارتفاعا أطراف جزء الخط الفراغي على السطح الأفقي
وهذه الأرتفاعان مقدارهما $ك ن$ و $هـ$ (حده) فإذا فرض
بعد ذلك أن شبه المنحرف يدور حول $هـ$ حتى ينطبق على السطح الأفقي
ففي هذه الدورة ارتفاعا الجزء الذي مسقطه الأفقي خط $هـ$ لم يزل
عمودا على خط $هـ$ بحيث أن مقداري $هـ ك$ و $هـ$ معلومان
فإذا اقتضى السطح الأفقي عمودين من تقطعي $هـ$ و $هـ$ وقطعنا عليهما
بمقتاري $هـ م$ و $هـ ن$ مساويين لارتفاعي $ك$ و $هـ$
ووصلنا بين تقطعي $م$ و $ن$ خط $م ن$ يصير مقدار الجزء المطلوب

الحل الثاني .

إذا مددنا خط $هـ و$ موازيا لخط $هـ$ داخل شبه المنحرف الذي هو
 $هـ$ (شكل ٢١) فطول الجزء المطلوب يدرك بوتر مثلث القائم الزاوية
 $م و ن$ الذي له ضلع مساو للمسقط الأفقي من الجزء المذكور والضلع الثاني
 $م ر$ هو مسقط تقاضل ارتفاعي الجزء المذكور على السطح الأفقي فإذا مددنا
خطا موازيا لخط الأرض من نقطة $م$ واخذنا مقدارا $هـ$ على ذلك
الخط مساويا لخط $هـ ت$ ووصلنا بين تقطعي $ت$ و $ن$ خط
 $ت ن$ يصير مقدار الجزء المطلوب

الحل الثالث

(شكل ٢٢) نفرض أن خطي $ا - ب$ و $ب - ج$ مسقطا جزء الخط في الفراغ
فيعرف من بعدهما ذكر سابقاته إذا كان خط موازيا لسطح من سطحي المسقط
مسقط هذا الخط على السطح المذكور يساوي للخط نفسه (حده ١٥) فمن ذلك
إذا قررنا أن الخط المذكور يدور حول النقطة التي مسقطاها $ب$ و $د$ حتى
يصير موازيا للسطح الرأسي في هذه الدورة نقطة $(ا, ب)$ ترسم قوس دائرة
موازيا للسطح الأفقي فمسقط هذا القوس على السطح الرأسي خط مستقيم

موازي لخط الارض فهذه الصورة مسقط الخط القرائي على السطح الافقي
يصير خط $ر ه$ فاذا ازلنا عمودا على خط الارض من نقطة $ه$ فهذا
العمود يشتمل على مسقط الطرف المتحرل من الخط القرائي في مكانه الا ان
مكن هذا المسقط يوجد ايضا على خط $ك و$ فنقطة التقاطع $ف$ هي
المسقط المطلوب واذا وصلنا بين نقطتي $ف و ز$ فخط $ف ز$ هو المسقط
أسى للخط المعلوم حين جعل موازيا للسطح الرأسي وبعد ذلك خط $ف ز$
وطول الجزء المطلوب فاذا اطلعنا على رسم هذا الحل نجد مشابها لرسم
الحل الثاني

الدعوى الرابعة العمل :

(شكل ٤٣) اذا اريد امتداد سطح مواز لسطح آخر من نقطة مفروضة في الفراغ
نفرض خطا مستقيما كل ما كان في السطح المعلوم ونمد خطا موازيا للخط الاول
من النقطة المعلومه فالسطح الذي يمر بالخط الموازي هو السطح المطلوب
فلاجل رسم ما ذكرناه على سطح المسقط نفرض ان خطي $ا ب و ا ث$
اثر السطح المعلوم $م و ك$ مسقطا للنقطة المطلوبة ونفرض خطا مستقيما
في السطح المعلوم فمسقطه الافقي يكون $ه ه$ ويوجد مسقطه الرأسى $ح ش$
كما مر ونمد خطا موازيا للخط المفروض في السطح المطلوب فمسقطا هذا الخط
يصيران موازيين لخطي $ه ه و ح ش$ وهما $م ر و ك و$ وحيث
ان السطح المطلوب يلزم ان يشتمل على هذا الخط فنقطتا تقابله مع سطحى
المسقط يصيران من نقطتا اثرى السطح المطلوب فاذا مدهنا خطين موازيين
لخطي $ا ب و ك و$ من نقطتي $ك و ه$ فهذان الخطان يصيران
اثرى السطح المطلوب

الحل الثاني

عوضا عن ان يفرض خط كل ما كان في السطح المعلوم يفرض خط يكون
مسقطه الافقي موازيا للاثر الافقي من السطح المعلوم ويتم وجود اثرى السطح

المطلوب كما ذكرنا في الحل الاول

الدعوى الخامسة العملي

اذا علم مسقط ثلاث نقط في الفراغ واريد رسم سطح مستو مار بهذه النقاط
فصل النقاط في الفراغ بخطوط مستقيمة وتأخذ خطين منها ونبحث عن
وجود نقط تقابل هذين الخطين بسطحي المسقط فهذه النقاط تكون من نقط
اثرى السطح المطلوب فاذا وصلنا بين كل نقطتين منها بخط مستقيم فهذان
الخطان يصيران اثرى السطح المطلوب واذا بحثنا ايضا عن وجود نقط
تقابل الخط الثالث بسطحي المسقط نجد هما على اثرى السطح المطلوب
فذلك ينظر كبرهان حقيقي لهذا الحل (شكل ٢٤)

الرسم الوصفى الثاني

الدعوى السادسة العملي

اذا كان سطحان معلومين في الفراغ واريد استخراج خط تقاطعهما
(شكل ٢٥) نفرض ان خطي a و a' اثر السطح الاول وخطي b و b'
اثر السطح الثاني فخط التقاطع المطلوب يلزم ان يكون في السطح
الاول وكذلك في السطح الثاني فنقطتنا تقابله بسطحي المسقط يلزم ان تكونا
على اثرى السطح الاول وكذلك على اثرى السطح الثاني ويقع من ذلك ان
نقطتي a و b اللتين هما تقاطع هذه الاتار يتقننا تقابل الخط المطلوب
بسطحي المسقط فاذا ازلنا عمودا من نقطة a على خط الارض فالواقع لهذا
العمود هو نقطة من نقط المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب وحيث ان نقطة
 a' هي ايضا من نقط المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب فخط $a'b'$
هو المخطط الراسي المطلوب ويثبت كما تقدم ان a' هو المسقط الافقي لخط
التقاطع المطلوب ويوجد الخط نفسه بعدمسقطيه وهذا هو المقصود
في الحل الذي ذكرناه فرضنا ان اثار السطحين المعلومين تتقاطع ولكن يمكن

ان هذه الآثار توجد على حالات اخر على سطحى المسقط ولذلك يلزم ان نذكر تلك الحالات

الحالة الاولى اذا كانت اثار السطحين المعلومين متوازية على سطحى المسقط
فبالبا يكون هذان السطحان متوازيين لانه اذا كانت الاثار متوازية
فلا يمكن تقاطع السطحين المعلومين ولكن اذا كانت تلك الاثار متوازية
لبعضها وايضا نخط الارض في هذه الحالة يمكن تقاطع هذين السطحين
فلاجل وجود خط تقاطعهما نجعل (شكل ٢٦) خطى هـ ف و ا -
اترى السطح الاول وخطى ح ش و ث و ترى السطح الثانى في هذا
الوضع السطحان المذكوران يتقاطعان واذا اترنا سطحاً عموداً
على خط الارض فاتراه يكوonan وش و و و وتظران تقطى
و و من نقط اثار السطحين المعلومين على السطح الثالث فبعد
ذلك اذا دورنا السطح الثالث حول خط وش حتى ينطبق على السطح
الافقى فكل نقطة من نقط هذا السطح ترسم قوس دائرة فى سطح عموداً على
وش وبهذه الصورة نقطتا و و يوضعان على خط الارض
فى تقطى م و و فاذا وصلنا بين تقطى ف و م وبين تقطى
ش و و خطاً ف م وش و يصيران المسقطين الافقيين للخطين
الذين فى الفراغ الواصلين بين تقطى ف و و وتقطى ف و و
فالخطان المذكوران يتقاطعان بالنقطة التى مسقطها ٤ فهذه النقطة
هى نقطة مشتركة بين السطحين الاولين ولكن واقعة على السطح الافقى والنقطة
القراغية التى وضعت على نقطة ٤ بعد التحرك سمت قوس دائرة موازية
للسطح الراسى ومسقطها الراسى رسم ايضا قوس دائرة مساوية للاولى
فاذا اترنا عموداً على خط الارض من نقطة ٤ فنقطه الموقع ك نصير
المسقط الراسى للنقطة القراغية الموضوعة عليه فالنقطة المشتركة بين السطحين
الاولين هى على خط تقاطعهما ولهما مسقط افقى على خط مواز لخط الارض
وممدود من نقطة ٤ فاذا مددنا هذا الخط يكون المسقط الافقى لخط التقاطع

المطلوب وبعد ذلك اذا فرضنا نقطة γ مركزا وبعد δ يرسم قوس دائرة δ سم فنقطه δ تصبح المسقط الراسي للنقطة المشتركة بين السطحين المعلومين وحينئذ اذا مددنا خطا موازيا لخط الارض من هذه النقطة فهذا الخط يصير المسقط الراسي لخط تقاطع السطحين المعلومين ويدل هذا الخط بعدمعرفة مسقطيه

الحالة الثانية

لذا كان اثر السطحين المعلومين متوازيين على السطح الافقي والاثران الراسيين يتقاطعان فلاجل وجود خط تقاطع السطحين المذكورين نفرض خطا اقياما موازيا للاثرين الاقنيين للسطحين المعلومين فالمسقط الراسي لهذا الخط (شكل ٢٧) يصير موازيا لخط الارض فاذا مددنا خط δ موازيا لخط الارض من نقطة γ التي هي نقطة تقاطع الاثرين الراسيين للسطحين المعلومين فهذا الخط هو المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب واما من جهة المسقط الافقي فنزل عمود δ على خط الارض من نقطة γ وعند خط δ والمستقيم موازيا للاثرين الاقنيين من نقطة الموقع δ فهذا الخط يصير المسقط الافقي لخط التقاطع المطلوب ويفعل كما ذكرنا اذا كان الاثران الراسيان متوازيين على السطح الراسي

الحالة الثالثة

اذا كانت آثار السطحين المعلومين لا تتقاطع على سطح مسطح في ورقة رسم فلاجل وجود خط تقاطعهما على هذه الورقة تنسج السطحين المعلومين بسطح قائم مواز للسطح الراسي لخط تقاطع هذا السطح بالسطحين المعلومين يصيران متوازيين للاثرين الراسيين من السطحين المذكورين فيفهم بعد ذلك تقاطع كل من مسطقي خط التقاطع المطلوب واذا قطعنا ايقظ δ المعلومين بسطح قائم ثا ن نجد نقطة ثانية من كل من مسطحي خط التقاطع المطلوب فبعد ذلك يسهل ادراك المسقطي هذا خطا واخطا نسميه δ (شكل ٢٨)

الدعوى السابعة العملى

اذا علم خط وسطى في الفراغ واريد وجود مستطى نقطة تقابل الخط بالسطح
عموما لاجل وجود نقطة تقابل سطح بخط يمد سطح من الخط المذكور
يقطع السطح المعلوم فنقطة تقاطع الخط المعلوم مع خط تقاطع السطحين
المذكورين هي النقطة المطلوبة ولاجل رسم هذا التعبير (شكل ٢٩)
نجعل ان ا - و ا ث ا السطح المعلوم و د ه و ف ح مسطحا
خط المعلوم وبعد ذلك نبحث عن نقطى تقابل هذا الخط بسطحى المسقط وهما
م و د ونمد خطى ش م و س م المستقيمين من هاتين النقطتين بشروط
ان يتقاطعا في نقطة واحدة على خط الارض فهذان الخطان هما اثر السطح
الذى ذكرناه سابقا وبعد ذلك نبحث كما مر على مسقطى س م و ش م
الذين هما مسقطا خط تقاطع هذين السطحين فحيث ان س م و ش م
يتقاطعا بنقطى د ه و ف هذين هما مسقطا الخط المعلوم فنقطتا
التقاطع ع و ف هما مسقطا النقطة المطلوبة فاذا كان الرسم صحيحا
يلزم ان يكون مسقطا النقطة المطلوبة على عمود واحد على خط الارض

الحل الثانى

يمكن مرور سطح قائم بالمسقط الاقنى للخط المعلوم وبقيّة الجمل تتم بطريقة مشابهة
لطريقة الحل الاول ينظر (شكل ٣٠)

تنبيه مفيد

الخط المعلوم يمكن ان يكون راسيا فلاجل وجود مسقطى نقطة تقابله بالسطح
المعلوم نجعل (شكل ٣١) ان خطى ا - ا و ا ه هما اثر السطح
المعلوم وحيث ان الخط المعلوم راسى فمسقطه الاقنى هو نقطة و ومسقطه
الراسى هو عمود ا ت د على خط الارض فاذا فرضنا سطحان هذا الخط
فهذا السطح بصير غير منته ولا يتقع بشئ فلاجل بلوغ المراد نفرض

ان هذا السطح يكون موازيا للسطح الرأسى فاثره الافقى يصير خط θ و موازيا لخط الارض وهذا السطح يقطع السطح المعلوم بخط مواز لخط θ لان هذين الخطين هما تقاطع سطحين متوازيين بـ سطح ثالث فنقطة θ التى هى على الاثرين الاقبيين هى نقطة تقابل خط تقاطع السطحين المذكورين بالسطح الافقى وحيث ان الخط المذكور لا يمكن مقابله بالسطح الافقى الا فى نقطة موجودة على كل من الاثرين الاقبيين للسطح المفروض والسطح المذكور فاذا اسقطنا نقطة θ على السطح الرأسى فى نقطة θ فهذه النقطة الاخيرة هى من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المفروض مع السطح المعلوم وحيث اننا نعلم ان هذا المسقط الرأسى خط مستقيم مواز لخط θ ويمتد من نقطة θ فنقطة θ التى هى تقاطع الخط الموازى مع خط θ هى المسقط الرأسى للنقطة المطلوبة

يمكن ان نفرض ايضا ان الاثر الافقى للسطح الموازى للسطح الرأسى يكون موازيا لخط θ فهذه الطريقة يمكن وجود النقطة المطلوبة من غير مشقة

الرسم الوصفى الثالث

الدعوى الثامنة العملية

اذا كان سطح معلوم فى الفراغ ونقطة واريد انزال (شكل ٣٢) عمودا من تلك النقطة على هذا السطح ووجود نقطة تقابل هذا العمود بالسطح المعلوم تبه اولاه انه اذا كان خط عمودا على سطح قمسطا هذا الخط عمودا ايضا على اثرى هذا السطح لان السطح المسقوط من الخط العمودى على السطح الافقى عمود على السطح الافقى وعلى السطح المعلوم فالاثر الافقى للسطح المعلوم خط تقاطع سطحين عمودين على السطح الثالث الذى هو السطح المسقوط فالان المذكور عمود على كل خط ممتد من موقعه على السطح المسقوط فيكون عمودا ايضا على المسقط الافقى للخط المعلوم ويبحث عن المسقط الرأسى للعمود المجهول كما يبحث عن المسقط الافقى فلاجل وجود مسقطى

العمود المطلوب تنزل عمودين على اثرى السطح المعلوم من مسقطى النقطة
المعلومة فهذان العمودان مسقطا للعمود المطلوب
اذا كان مسقطا خط مستقيم عمودين على اثرى السطح فعموما هذا الخط
عمود على هذا السطح ولكن هذا لا يصير صحيحا اذا كان اثر السطح مواز بين
خط الارض لانا نعلم ان مسقطى العمود على السطح المعلوم لا يصيران الاعلى
عمود واحد على خط الارض واذا فرض سطح عمود على خط الارض من هذين
المسقطين فكل خط من خطوط هذا السطح يصير مسقطاه على اثرى
السطح المعلوم لان تلك الخطوط اعمدت على السطح المعلوم وبفهم من ذلك ان
التعريف الذى ذكر سابقا ليس بعمومى

الدعوى التاسعة العمل

اذا اريد انزال عمود من نقطة معلومة في الفراغ على خط مستقيم معلوم فيها
فلاجل ذلك ننظر انه اذا فرضنا سطح عمود على الخط المعلوم وبعد ذلك نجعل
من النقطة المعلومة سطح موازيا للسطح الاول فهذا السطح يصير ايضا
عامودا على الخط المعلوم ويقطعه في نقطة فاذا وصلنا هذه النقطة والنقطة
المعلومة بخط مستقيم فهذا الخط هو العمود المطلوب لان هذا الخط يمر بموقع
الخط المذكور في السطح الذى هو عمود عليه ومن ذلك يفهم ان الدعوى
التي نبعث في حلها مركبة من دعوتين حللنا سابقا ولكن لا ضرر ان نشرح
رسمها

نجعل (شكل ٣٢) ١ - و ث د مسقطى الخط المعلوم م و ه
مسقطى النقطة المعلومة فاذا انزلنا خطى ه ه و و ف عمودين
على مسقطى ١ - و ث د فهذان الخطان يصيران اثرى سطح عمود
على الخط المعلوم واذا فرضنا خطا كيف ما اتفق في هذا السطح ومقطعه
الافقى يكون و ع ونبحث عن مسقطه الراسى فيجده ف ك ونعد خطى
د ح م ل موازيين لخطى ك ه و و ع من النقطة المعلومة التي

مستطاهما م و د ونبحث عن نقطتي تقابل خطي د ح م ل بسطحي
المسقط وهما ص و ز فاننا مددنا خطي ص ه ث ز ث موازيين
لاثرى ه ف و ه ه من هاتين النقطتين فالخطان المذكوران يصيران
اثرى سطح عمودا على الخط المعلوم واما من النقطة المعلومه واذا بحثنا الان
عن نقطتي تقابل الخط المعلوم بسطحي المسقط وهما ر و ص
ووصلنا بين م و ر وبين د و و غطنا م ر و د ص
هما مسقطا العمود المطلوب وبموجب ما مر يمكن وجود هذا العمود

الحل الثاني

(شكل ٣٤) نجعل دائم خطي ا ب و ث د مسقطي الخط المعلوم
م و د مسقطي النقطة المعلومه ونفرض سطح عمودا
على الخط المعلوم ولذلك نمد من النقطة المعلومه خطا مستقيما افقيا
موازيا للاثر الافقي المجهول للسطح المذكور فمسقط هذا الخط يصيران
احدهما د ه عمودا على خط ا ب والاخر م ف موازيا لخط الارض
ونبحث عن نقطة تقابل الخط المذكور بالسطح الراسي فهذه النقطة تصير
من نقط الاثر الراسي للسطح العمود على الخط المعلوم المار بالنقطة المعلومه
واذا انزلنا بعد ذلك عمود ف و على ث د من نقطة ف فهذا العمود
هو الاثر الراسي المذكور وتنزل عمود و ز على خط ا ب من نقطة و
فهذا العمود هو الاثر الافقي للسطح العمود على الخط المعلوم وما بقي للحل يتم
كما في الحل الاول

الدعوى العاشرة بالعمل

اذا علم سطح في القرب واريد استخراج الزاويتين الواقعتين بينه وبين سطحي
المسقط

(شكل ٣٥) نجعل ا ب و ا ث اثرى السطح المعلوم ونقيم من اى
نقطة من نقط الاثر الافقي لهذا السطح عمودا على ذلك الاثر ونفرض من هذا

العمود سطحاً راسياً فالأثر الراسي للسطح الأخير يصير خط هـ - عموداً على خط الأرض وحيث إذا نظرنا إلى الخط الفراغي الواصل بين نقطتي هـ و د نجد عموداً على خط ا ب والزوايا الواقعة بين الخط المذكور وخط هـ تصير الزوايا الواقعة بين السطح المعلوم والسطح الأفقي ولكن إذا تأملنا نجد أن خط د - وتر مثلث قائم الزاوية الذي ضلعا هـ و د هـ ولاجل رسم هذا المثلث على حقيقته ووجود الزاوية المطلوبة تدور سطح هـ د حول خط هـ حتى يصير سطحاً واحداً مع السطح المسقط الراسي ففي هذا التحرك نقطة د ترسم قوس دائرة يبعد هـ وتقع على نقطة ف من خط الأرض فاذا وصلنا بين نقطتي د و ف فزاوية د - ف هـ تصير الزاوية المطلوبة

وإذا بحثنا الآن عن وجود الزاوية الواقعة بين السطح المعلوم والسطح الراسي نقيم عمود د - منه على اثر ا - الراسي ونفرض سطحاً عموداً على السطح المسقط الراسي من خط د - منه فالأثر الأفقي لهذا السطح يصير خط ث - عموداً على خط الأرض والخط الفراغي الواصل بين نقطتي ث و د يصير عموداً على خط ا - وبعد الإثبات السابق إذا قطعنا من خط الأرض خط ث - و د - منه ووصلنا بين نقطتي و و ث فزاوية ث - و د - منه تصير الزاوية المطلوبة وقد يمكن أيضاً تدوير السطح الأول حول خط هـ والسطح الثاني حول خط ث - د من غير أن نتحدث صعوبة

الرسم الوصف الرابع

الدعوى الحادية عشر العمل

إذا كان هـ طعنان معلومين وأريد وجود الزاوية الواقعة بينهما على سطح المسقط

فجعل (شكل ٣٦) ا - و ا ب أثر السطح الأول و د - و د ث أثر السطح الثاني ونبحث عن مسقط هـ الأفقي لخط تقاطعهما

ولذلك

ولذلك يفرض في الفراغ سطحاً عموداً على خط تقاطع السطحين
المعلومين فيصير هذا الخط عموداً على اثنى السطح الثالث على
السطحين المعلومين فهذان الاثران يحدثان بينهما زاوية مساوية للزاوية
المطلوبة فالسطح العمود على خط التقاطع له اثرافى عموداً على خط $هـ$ -
واثر هذا السطح على السطحين المعلومين ينتهيان الى السطح الافقى في نقطتي
 $د$ و $ش$ نقط $د$ ش $هـ$ هو قاعدة المثلث الذي زاويته المتقابلة للقاعدة
هي الزاوية المطلوبة فالمقصود رسم تكاذا المثلث ولاجل بلوغ المراد يفرض
سطح قائم من خط $هـ$ فهذا السطح يحتوى على خط تقاطع السطحين
المعلومين ويقطع ايضا السطح العمود على خط التقاطع في خط متقابل
بالسطح الافقى في نقطة $و$ وبعد ذلك اذا اتى النظر بوجودان هذا الخط هو
ارتفاع المثلث المطلوب ومع ذلك الخط المذكور هو عمود على خط تقاطع
السطحين المعلومين فالان اذا دور السطح القائم من خط $هـ$ حتى ينطبق
مع السطح الافقى فنقطة $ش$ التي هي نقطة تقاطع السطحين المعلومين
مع السطح الراى ترسم في هذه الدائرة قوس دائرة في سطح عموداً على $هـ$
وتقع على نقطة $ف$ فمن ذلك خط $ف$ $هـ$ هو خط تقاطع السطحين
المعلومين موضوع على السطح الافقى وحيث ان ارتفاع المثلث المذكور عمود
على هذا الخط ففى التحرك الذى حصل لا يتغير وضع هذين الخطين المذكورين
لانما ينطبق السطح الذى احتوى عليه ما فقط وبعد ذلك اذا اقول عمود $د$ $هـ$
خط $هـ$ $ف$ من نقطة $هـ$ فهذا العمود مقدار ارتفاع المثلث
 $د$ $ك$ و $و$ اذا دور سطح هذا المثلث حول خط $د$ $ش$ لاجل ان ينطبق
على السطح $الز$ $ن$ النقطة في الفراغ التي هي راس المثلث المطلوب
تقع على نقط $د$ $هـ$ $و$ $ز$ $هـ$ واذا فرضت نقطة $هـ$ $ك$ $ز$
ورسم قوس $د$ $ك$ $ب$ بعد مساو لخط $د$ $هـ$ ووصل بين $ك$ $د$
وبين $ك$ $و$ $ش$ $هـ$ $ز$ $ك$ $ش$ هي الزاوية الحادة بين السطحين
المعلومين المتساوية

طريقة اخرى

يطبق السطح القاشي الذي يمر بخط $هـ$ على السطح الرأسى عوضا عن
ان يطبق على السطح الافقى بخط $ث$ ل يصير مقدار خط تقاطع السطحين
المعلومين وخط $ح$ يصير ارتفاع المثلث الذي ذكر سابقا و يصير مساويا
لخط $وك$ اذا كان الرسم صحيحا

الدعوى الثانية عشر العملى

اذا كان خطان معلومين ومتقاطعين فى الفراغ و اريد رسم الزاوية الحاصلة
من تقاطعهما على سطحى المسقط

(شكل ٣٧) فجعل ان خطى $ا - و$ و خطى $هـ و و هـ ف$
مساقط الخطين المعلومين ولكن من حيث ان هذين الخطين متقاطعان
يلزم ان مسقطى نقطة تقاطعهما $ل و هـ$ يكونان على عمود واحد على
خط الارض فاذا كان الامر كذلك بتدريج وجود تقاطع تقابل هذين الخطين
بالسطح الافقى وهما $ا و ث$ و فوصل بين هاتين النقطتين بخط $ا ث$
فهذا الخط والخطان المعلومان تحدث مثلثا فى الفراغ والزاوية المقابلة لخط
 $ا ث$ هي الزاوية المطلوبة فيلزم ان نبحث الان على رسم هذا المثلث ولا نجعل
ذلك نعلم انه نقطة $هـ$ هي المسقط الافقى لرأس المثلث المطلوب فاذا انزلنا
عمودا من نقطة $هـ$ على خط $ا ث$ فخط $هـ و$ يصير المسقط الافقى لارتفاع
المثلث وخط $هـ هـ$ هو ارتفاع رأس المثلث على السطح الافقى فيفهم
من ذلك ان هذا الارتفاع وتر مثلث قائم الزاوية الذى ضلعاها الاخران هما
خطى $و و هـ و هـ$ فاذا اخذنا على خط الارض مقدار $هـ ش = و$
ووصلنا بين نقطتى $هـ و ش$ فخط $هـ ش$ يصير ارتفاع المثلث المذكور
فاذا اخذنا من نقطة $هـ$ بعد $وك = هـ ش$ ووصلنا بين نقطتى
 $ا و ك$ وبين $ث و ك$ فزاوية $ا ك ث$ تصير الزاوية المطلوبة
يمكن اخذ المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين عوضا عن ان يؤخذ المسقط

الافقي لخط تقاطعهما لاجل حل المسئلة وطريقة الحل هي كما ذكرنا سابقا

الدعوى الثالثة عشر العملية

المقصود رسم الزاوية التي تحصل بين خط وسطح معلومين في الفراغ الزاوية الواقعة بين خط ومسقطه على سطح يسعونها زاوية حاصلة او حادثة بين خط وسطح ومن ذلك اذا انزلنا عمودا على السطح المعلوم من نقطة من الخط المعلوم فنجد ان الزاوية الحاصلة بين هذا العمود والخط المعلوم هي تمام الزاوية المطلوبة ورسم هذه الدعوى مركب من رسوم الدعوى السابقة فلا يلزم ان نعيد ما ذكرناه سابقا واذا توقف الطالب فالينظر (شكل ٣٨)

الرسم الوصفى الخامس

الدعوى الرابعة عشر العملية

اذا كان خطان معلومان في الفراغ واريد رسم بعدهما الاصغر على سطحي المسقط

فلاجل سهولة رسم حل هذه الدعوى نعلمها اولاً بطريقة الهندسة العادية ولذلك نجعل $a - b$ و $c - d$ الخطين المعلومين في الفراغ ونعده h ف موازيا لخط $c - d$ من نقطة h حيث ما كانت من خط $a - b$ نخط $a - b$ و h ف يحددان سطحاً موازياً لخط $c - d$ ومن نقطة d نزل خط $d - e$ عموداً على سطح $h - c$ ومن نقطة h نخط $h - e$ موازياً لخط $h - c$ ونأخذ على خط $h - c$ من نقطة e بعد d مساوياً لخط $h - c$ ونصل بين نقطتي e و h بنقط $e - h$ فهذا الخط يصير عموداً مشتركاً على خطي $a - b$ و $c - d$ ويصير البعد الاضغرين هذين الخطين حيث ان $h - c$ و $e - d$ كل منهما مواز لخط $h - c$ فهذان الخطان هما متوازيان وما عدا ذلك خط $e - h$ و $h - c$ وشكل $e - d$ و

متوازي الاضلاع ولكن زاوية δ θ هي قائمة فلاجل ذلك متوازي
 الاضلاع هو مستطيل وخط ϵ θ عمود على الخطين المعلومين فالان
 اذا وصلنا نقطة δ مع أي نقطة حيث ما اتفق مثلا ω من خط α - θ نجد
 خط δ و ω α و ϵ θ ونبحث كذلك على ان كل خط واصل بين
 نقطتين من خطي α ϵ و δ θ يكون اكبر من خط ϵ θ فيفهم
 من ذلك ان خط ϵ θ هو البعد الاصغر بين الخطين المعلومين فتأمل
 الان ان خط θ δ هو مسقط خط δ على سطح α م δ وايضا ان
 هذين الخطين متوازيان لان δ θ مفروض انه مواز لسطح α م δ
 وتطرا ايضا ان نقطة θ التي هي من نقط العمود المشتركة على الخطين
 المعلومين هي نقطة تقاطع خط α - θ بمسقط δ ϵ على سطح
 α م δ فاذا وجدنا نقطة θ نزل منها عمود θ ϵ على سطح α م δ
 فهذا العمود هو البعد الاصغر المطلوب

لاجل رسم ما ذكرناه على سطح المسقط اعني وجود البعد الاصغر
 الذي بين خطين معلومين في الفراغ نجعل α - θ δ مسقطي
 الخط الاول المعلوم و δ θ مسقطي الخط الثاني
 المعلوم ونبحث عن نقطة δ التي هي تقابل الخط الاول بالسطح الراسي
 ونمد خطا موازيا للخط الثاني المعلوم من النقطة التي مسقطها الافقي
 δ θ فمسقطا هذين الخطين المتوازيين بصيران δ ϵ و δ θ ونبحث
 ايضا عن نقطتي α و ϵ اللتين هما نقطتي تقابل الخط الموازي والخط الثاني
 المعلوم بالسطح الافقي فالسطح المار بهذين الخطين بصير موازيا لخط δ θ
 و δ θ و اثره الراسيان والافقيان بصيران δ ϵ و δ θ م ونبحث
 الان عن وجود مسقط الخط الثاني على السطح الموازي δ θ المسقط مولد
 للخط المذكور نفسه فيكون معرفة أي نقطة على سطح المسقط من نقط كل
 واحد من مسقطي المسقط المطلوب ولاجل ذلك نزل عمودا على سطح δ م α
 من نقطة δ التي هي تقابل الخط الثاني بالسطح الافقي فمسقطا هذا

العمود اللذان هما له و شـ المثلان عمودين على السطح المذكور
 فاذا بمثل عن نقطة تقابل هذين العمودين في الفراغ بسطح د ا م
 نقطة قطا هذه النقطة بصيران ر و ح واذا مسدنا من هاتين
 النقطتين خطين موازيين لخط هـ ف و و شـ يع لم مسقط الخط
 الثاني على سطح م د ا بحيث ان تقطعتي م و ح هما
 مشتركتا بين مسقطي خطي ا ر و د هـ الاولين ومسقطي
 الخط الذي علمناه سابقا فنقطتا م و ر هما مساقطا النقطة
 التي هي في الرسم بالهندسة العادية فاذا اترلنا من هاتين النقطتين
 عمودين على ارضي السطح المذكور فهذان العمودان يصيران
 مسقطين للعمود المشترك على الخطين المعلومين وجزء هذين
 العمودين الذين بين مساقط الخطين الاولين هما مسقطا البعد الاصغر
 بين الخطين المعلومين ويوجد مقدار هذا البعد بالطرق التي ذكرنا
 سابقا

اذا اريد وجود البعد الاصغر فقط بين خطين معلومين من غير
 ما يتعلق بموضعه في الفراغ لحل الدعوى يصير مختصرا جدا لانه
 يكفي ان يعرف مقدار عمودنازل من نقطة من نقط الخط الثاني
 المعلوم على السطح المار بالخط الاول المعلوم حيث ان الخط المستقيم
 الفراغي الواصل بين تقطعتي ل و م هو خط تقاطع السطح
 المار بالعمود النازل من نقطة ف على سطح د ا م مع هذا
 السطح فن ذلك يفهم ان البعد الاصغر المطلوب هو عمودنازل من
 نقطة ف على الخط التقاطع المذكور واذا طبقنا سطح
 ل و م قائما على سطح الافقي في ل و م و اترلنا ف ر
 عمودا على ل و م فهذا العمود هو البعد الاصغر المطلوب وهذا
 الحل يعتبر كبيرا ان لرسم الحل الاول
 يمكن ايضا حل المسئلة الاولى بالطريقة الاتية ولاجل ذلك نفرض

سطحا موازيا للخطين، المعلومين ومن كل من الخطين المذكورين يجعل
 سطحا عمودا على السطح الاول وخط تقاطع هذين العمودين هو البعد
 الاصغر المطلوب

الجزء الثاني من الهندسة الوصفية

تعريف السطوح الظلية او المماسه للاجسام والخطوط العمودية على تلك
السطوح الظلية

في علم الهندسة الوصفية الخط المنحنى هو خط مركب من جله نقط متتابعة
واذا حكم على هذه النقط بان تكون على سطح مستو فالخط المنحنى
المركب من النقط يسمى خطا منحنيا مستويا واذا كانت هذه النقط ليست
على سطح مستو فالخط المنحنى المركب منها يسمى خطا منحنيا
مضعف الانحناء

الخط المنحنى يعتبر كشكل كثير الاضلاع عددا ضلعا غير متناه وكل
ضلع صغير من الشكل المذكور يسمى عنصرا واذا امتد هذا الضلع
يصير خطا مماسا للخط المنحنى المذكور

الخط المماس لخط منحنى يعتبر كخط قاطع ولكن تقط التقاطع تجمع في نقطة
واحدة وهى نقطة التماس والخط العمود على الخط المماس يسمى خطا
عموديا

الجسم هو رسم هندسى لخط منحنى تارة لا تتغير صورة هذا الخط عند تقبله
وتارة تتغير صورته وموضعه معا وحيث ان هذا التعريف صعب الفهم اكونه
عاما يحتاج ان يوضح بامثال معلومة

الاسطوانات يمكن رسمها بطريقتين تارة من تحرك خط مستقيم مواز دائما
لخط مستقيم اخر معلوم وممكن في مدة تحركه على خط منحنى معلوم ايضا وهذا
الخط المنحنى يسمى خط الاتكاء وتارة من تحرك خط الاتكاء في نقطة واحدة على
خط مستقيم فمن جميع النقط الاخر تلك الخط المنحنى تحركت خطوط موازية
لخط المستقيم المذكور وجميع تلك الخطوط المستقيمة المتوازية تحدث اسطوانة
ويقسم من ذلك ان الخط المستقيم والخط المنحنى المقروضين لرسم الجسم
الاسطوانى غير موضعهما من غير ان تتغير صورتها

المخروطات يمكن ايضاً رسمها بخط مستقيم دائماً نقطة معلومة ويدور
حول هذه النقطة وهو مركز على خط منحنى معلوم فالنقطة التي يمر بها الخط
تسمى رأس المخروط وتسمى غالباً مركز المخروط ففي هذه الحالة الخط المستقيم
المفروض لرسم المخروط يغير موضعه من غير ان يغير صورته
وتوجد طريقة اخرى لرسم المخروط وشرح هذه الطريقة يفرض ان قاعدة
المخروط دائرة وهي الخط المنحني المستقيم سابقاً خط الاتسكاويشدران هذه الدائرة
تتحرك بشرط ان مركزها لا يزال على خط مستقيم ما لا يمر بمركز المخروط ونصف
قطر هذه الدائرة يتقص دائماً بالنسبة لبعده من مركز المخروط اعني ان نصف قطر
الدائرة يتقص كل ما يقرب مركزها من مركز المخروط وتصبح نقطة واحدة
مع مركز المخروط حين وصول مركزها اليه

انما يريد امتداد المخروط من جهة راسه بمذات الخط المار بهذا المركز على استقامته
الى غير النهاية ويجعل مركز المخروط دائرة صغيرة جداً ومركزها يسير على الخط
المستقيم المذكور ونصف قطرها يزيد بالتناسب مع بعد مركز الدائرة من مركز
المخروط ومن حيث ان افرضنا ان الخط المستقيم لانهاية له فنصف قطر الدائرة
يزيد الى غير نهاية ومحيط الدائرة المذكورة يصير ايضاً الى غير نهاية
ففي هذه الحالة الخط الراسم غير موضعه وصورة معاً

الجسم المسمى تحريكاً هو جسم مرسوم من دوران خط منحنى مستوحول
خط مستقيم موضوع في اي جهة كانت في سطح هذا الخط المنحني ففي هذه
الدورة كل من نقط الخط المنحني ترسم دائرة وكل هذه الدوائر عماد على الخط
المستقيم المذكور المسمى محور الجسم فالجسم الحادث من هذا التشكيل
هو الجسم المطلوب وينظر بعد ذلك ان الخط المنحني لم يغير الاموضع دون
صورته

وكذلك يمكن رسم الجسم التكرري بدوران دائرة ولكن بشرط ان يفضل دائماً
مركز هذه الدائرة على محور الجسم وسطحها عموداً على هذا المحور ونصف
قطرها يتغير كل لحظة ويصير مساوياً لبعده نقطة تقاطع سطحها بالمحور على

بعد نقط تقاطع هذا السطح مع خط مخن كيف ما كان موضوعا في الفراغ
وبفهم من ذلك ان الخط الراسم تتغير صورته وموضعه معا فالثلاثة امثلة
التي ذكرت تنبه على ان جميع الاجسام يمكن راسمها بتحرك خط مخن
محدد .

السطح المار بمحور من جنس الاجسام التحركية يسمى سطحاً قاطعاً جانبياً
واذا كان هذا السطح عموداً على محور الجسم يسمى قاطعاً معتدلاً وخط تقاطع
السطح القاطع الجانبي بالجسم يسمى خطاً جانبياً وخط تقاطع المعتدل بالجسم
يسمى معتدلاً .

الجسم المرسوم من دوران سطح قطع مكافئ حول قطر من اقطاره يسمى
كافياً مجسماً .

اذا نقل خط راسم من موضعه لموضع اخر في رسم جسم وكان موضعه
في سطح مستو واحد فالجسم المرسوم يمكن بسطه اى انفراده ولذلك يسمى
جسماً مبسوطاً لانه اذا فرضنا عنصراً في الجسم المذكور واصلين بخط
مستقيم وقد زنا ان احدهما يدور مع الجسم حول الخط المستقيم المذكور
حتى ان سطحه ينطبق على سطح العنصر الثاني وفعلنا ذلك بجميع عناصر
الجسم فهذه العناصر تجتمع على سطح مستو واحد وتحدث انبساط الجسم
والسطح المستوي المذكور يسمى سطح السطح او سطح الانبساط .

السطح المماس لجسم مخن في نقطة معلومة هو سطح مار بخطين مماسين
لخطين مخنيين مارين بالنقطة المعلومة ومرسومين على الجسم المعلوم فلتحقيق
هذا التعريف يلزم ان تثبت ان جميع الخطوط المماسية بخطوط مخنية
مرسومة على الجسم المعلوم ومارة بالنقطة المعلومة على سطح مستو واحد
فلذلك نجعل σ م شدة صورة الخط الراسم حين يمر بنقطة σ ونجعل
 σ م خطاً مخنياً مرسوماً على السطح المعلوم متوكباً على خط σ م
وايضاً نجعل σ م غ خطاً مخنياً اخر كل ما كان مرسوماً على الجسم المعلوم
وماراً بالنقطة المعلومة فاذا اثبتنا ان الخطوط المماسية لخطوط σ م

و م د و غ المخنية في سطح مستو واحد فالتعريف الذي ذكرناه
يصير صحيحا ولذلك ينظر الخط الراسم في موضعه الآن حين يتسير على خط
م د ويمر بنقطة م القريبة من نقطة م ويفرض ان د شه هو الخط
الرسم المذكور ونقطة د هي نقطة تقاطعه مع خط م غ فاذا وصلنا بين
نقطتي م و م وبين نقطتي د و د بخطوط مستقيمة لانهاية لها
فالثلاثة خطوط تصبح قواطع لخطوط م د و م غ و د شه المخنية
وتصير ايضا في سطح مستو واحد فاذا قدرنا الان ان خط د شه يتحرك على
خط م د ويقرب لموضعه الاول وبعد ذلك نفرض ان سطح الثلاثة خطوط
القاطعة يدور حول نقطة م بشرط ان يمر في وقت واحد بنقط د م د و م
مع الخط الراسم ويقطع خطي م د و م غ فهذا السطح المتحرك يركب دائما
من الثلاثة خطوط قاطعة المتحركة التي ذكرت سابقا وحين ياتي الخط الراسم
لموضع د م شه فنقطة م المتحركة على خط م د تطبق على نقطة م
حينئذ نقطة د تطبق ايضا على نقطة م وفي خط د شه نقطتا
د و شه يصيران ايضا منطبقين على بعضهما في هذه الصورة الثلاثة
خطوط القاطعة تصير مماسة لخطوط م د و م غ و د شه المخنية
وتصير ايضا في سطح مستو واحد

واذا وجد في جسم طينان او طيات كثيرة تتقاطع كما يحصل في الخروطات
التي نراها عند تماخض مكن موجود فيه نقط مضروبة اعني مشتركة بين اجزاء خط
مكن واحد كنقطة م التي على الخط المنحني الذي (في شكل ٢) في الاول
يظهر ان نقط تقاطع هاتين الطيتين لا يمكن اجراء تعريف السطح المماس الذي
ذكرناه سابقا عليهما ولكن اذا قدرنا نقط مشتركة للطيتين تجد ان حالة هذه
النقط لا تغير تعريف السطح المماس فاذا تأملنا ان جميع الخطوط المماسية
لنقطة المذكورة يلزم ان تكون مفرقة على الطيتين كما تكون مفرقة على اجسام
غير متعلقة ببعضها وهي التي تتقاطع في مجل واحد تجد ان السطح المماس
لكل منهما مخالف للسطح المماس للآخر

تعريف السطح المماس الذي ذكر سابقا ليس بعدوى لجميع تقط الاجسام
 لانه يوجد في النقط كل ع يسمى تقطافريدة ولا يمكن اجراء تعريف السطح
 المماس على تلك النقط مثلا في راس المخروط الاضلاع التي تقاطع في هذه
 النقطة هي خطوط موضوعة على الجسم ومماسا لنفسها واما هذه
 الاضلاع فوجد متنى متنى في سطوح مستوية مختلفة فيفهم من ذلك ان راس
 المخروط هي نقطة فريدة في هذا الجسم حيث انه لا يمكن امتداد سطح مماس
 منها لان الخط الراس المخفي يصغر قربه من راس الجسم وحين يصل اليه يصير
 نقطة واحدة مع راس الجسم وذلك يدل على قلة امكان امتداد سطح مماس
 من هذه النقطة وكذلك في الاجسام التحركية يوجد نقط لا يمكن امتداد
 سطوح مماسة لهذه الاجسام منها مثلا اذا كان الخط الجانبي لا يتقطع محور
 الجسم لهذا الجسم فلا يمكن امتداد سطح مماس من نقط سطح الخط
 الجانبي

ووجد اجسام لها سطوح مماسة افادتها تستحق كثرة التامل اليها فنرض
 اسطوانة ا ب ث وقاعدتها كيف ما اتفق فاذا جعلنا سطحيا من ضلع من
 اضلاع الجسم ومن خط ث المماس لقاعدة هذا الجسم يكون هذا السطح
 مستملا على جميع الخطوط المماسا للخطوط المخفية المارة بنقطة
 والمرسومة على الجسم ويشتمل ايضا على جميع الخطوط المماسا بالخطوط
 المخفية المرسومة على الجسم من جميع تقط خط ا ب اولا يوضح ذلك بكتفي
 باثبات ان سطح ا ب ث يحتوي على جميع الخطوط المماسا التي كخط
 م صه المماس لخط م ع المخفي ولذلك فنرض ان سطح ا ب و ماربط
 ا ب ونقطة ب القريبة من نقطة ب فهذا السطح يقطع الاسطوانة بخط
 ر ش ويشتمل على خطين ب و م م القاطعين فاذا دار هذا السطح
 حول خط ا ب بشرط ان تقرب نقطة ر من نقطة ب فنقط التقاطع
 التي هي ر و م و م تفضل دائما على خط محور مواز لخط ا ب
 وحين توضع نقطة ر على نقطة م تقع نقطة م على نقطة م اعني

ان السطح المتحرك حين ياخذ موضع $ا ب ث$ نقط $م$ منه القاطع المتحرك
الذي هو دائماً على السطح المستوي المذكور يصير الخط المماس لنقط $م$ منه
المنحنى ولا يزال على السطح المفروض ويفهم مما ذكرناه ان السطح المماس
لا سطوانة في نقطة من نقط ضلع من اضلاع هذا الجسم هو مماس في جميع نقط

هذا الضلع

فالتعريف الذي ذكرناه من قبل السطح المماس لاسطوانة يجري على
الاجسام المخروطية ولكن عوضاً عن ان يكون الخط الراسم موازاً لخط $ا ب$
في الجسم الاسطواني يقطع دائماً هذا الخط في راس المخروط في الجسم المخروطي
التعريف الذي ذكرناه للسطح المماس يجري على جميع الاجسام البسيطة
التي الاسطوانات والمخروطات جنس منها

اذا كان خط $م و$ ممسكاً وخط $م$ منه مستقيماً مماساً لهذا الخط المنحني
فمستقيماً على اي سطح يصيران ايضاً مماسين لانه اذا اردنا ان نسطح الخط
المنحني على السطح المعلوم نفرض من هذا الخط اسطوانة عموداً على سطح
المسقط ونفرض ايضاً سطح $م$ منه $و$ من خط $م$ منه المماس فهذا
السطح ممسكاً بالاسطوانة في نقطة $م$ ويلزم ان يكون ايضاً مماساً لهذا الجسم
في نقطة $ر$ ومشتقاً على خط $ر ت$ المستقيم المماس لنقط $ر و$ المنحني
نقط $ر ت$ المماس هو مسقط خط $م$ منه على سطح المسقط

هذا التعريف يليق ايضاً اذا كان يسقطان خط المنحني والخط المماس به بخطوط
مخرقة على السطح المعلوم يلزم ان تكون الخطوط متوازية فقط

الطريقة التي قررناها لامتداد سطح مماس لجسم في نقطة معلومة على هذا
الجسم تحتوي على البحث عن خطين مستقيمين مماسين لخطين منحنين مارين
بهذه النقطة وهم سومين على الجسم المذكور ولكن في الجسم المتحرك السطح
المماس لهذا الجسم في نقطة من نقطه هو المنحني من الخطين المماسين بالخط
الجانبى وبخط المعتدل

انعمود على جسم في نقطة هو خط مستقيم عمود على السطح المماس لهذا

الجسم في هذه النقطة ويقطع السطح المماس في النقطة المعلومة ويعلم من ذلك
 ان الخط العمودي لجسم تحرك في نقطة كل ما كانت مثل م يوجد دائماً
 في سطح الخط الجانبى المار بهذه النقطة وايضا جميع الخطوط العمودية على
 الجسم المعلوم تتلاقى بمحور هذا الجسم ويفهم بالسهولة ان جميع الخطوط
 العمودية على الجسم المذكور في نقط الخط المعتدل تتلاقى في نقطة واحدة على
 خط المحور وجميع هذه الخطوط العمودية تحدث محروطاً معتدلاً
 اذا كان جسمان يتقاطعان في نقط تقاطعهما خط منحنى فوجود الخط المستقيم
 المماس في نقط التقاطع في نقطة من نقط هذا الخط لننظر ان السطح المماس
 باول جسم في النقطة المعلومة يشتمل على الخط المماس المطلوب وايضا السطح
 المماس بالجسم الثانى في النقطة المعلومة يشتمل على الخط المماس المطلوب
 فيفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب هو خط تقاطع السطحين المماسين
 بالجسمين المعلومين في النقطة المعلومة على الخط المشترك بين هذين الجسمين
 اذا اريد وجود خط مماس لخط تقاطع جسم ب سطح مستوي في نقطة من نقط
 خط التقاطع يفهم ان السطح المماس للجسم المعلوم في النقطة المعلومة
 يشتمل على هذا الخط وكذلك السطح المعلوم فيخط تقاطع هذين السطحين هو
 الخط المطلوب

بيان تقاطع الاجسام المنحنية ب سطح مستوي

الخط المنحنى الحادث من تقاطع جسم ب سطح مستوي بجميع النقط الحادثة
 من تقاطع السطح المذكور مع جلة خطوط ممتدة على الجسم المعلوم مثلاً
 اذا فرضنا خطاً كل ما كان على الجسم المعلوم فهذه الخط يقطع السطح
 القاطع في نقطة او جلة نقط وهذه النقط تصير من نقط الخط المنحنى الذى هو
 خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم فالخط المفروض يمكنه ان يكون
 خطاً مستقيماً او خطاً منحنياً مستوياً او خطاً منحنياً مضاعفاً الاثناء

بيان حل مسائل تقاطع سطح بجسم

اولا اذا كان للجسم خط راسم مستقيم فالسطح القاطع يقطع هذا الخط في نقطة في جميع المواضع التي يمر بها وتوجد نقط تقابل هذا السطح بجميع هذه الخطوط بالطريقة التي ذكرناها سابقا والخط المار بهذه النقط هو خط التقاطع المطلوب

ثانيا اذا كان للجسم خط راسم منحني مستو ولكن سطح الخط المنحني يغير موضعه والخط المنحني نفسه يتغير على سطحه فسطح الخط الراسم اذا فرض في محل معلوم يقطع السطح القاطع بالجسم في خط مستقيم وهذان السطحان ليس لهما نقط مشتركة غير نقط تقاطعهما وبفهم من ذلك ان نقط تقاطع السطح القاطع بالخط الراسم المنحني توجد على خط تقاطع السطحين المعلومين فاذا ابحاثنا عن وجود خط تقاطع السطحين المذكورين بالطريقة التي ذكرناها سابقا تكون نقط تقاطع هذا الخط المستقيم مع الخط الراسم من نقط خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم

ثالثا اذا كان للجسم خط راسم منحني مضاعف الالتواء فوضه هذه الحالة كالحالة الاولى

اذا فرض الخط الراسم في محل معلوم على جسم مجدول يعتبر هذا الخط كخط من خطوط الالتواء الثلاثة التي في الجسم المجدول (الجسم المجدول المذكور مرسوم من ثقل خط مستقيم متكي دائما على ثلاثة خطوط منحنية) وخط الالتواء الباقيين كل ما كان

اذا فرض خطان مستقيمان موضوعان باي حالة كانت بالنسبة لخط منحني معلوم واخذت نقطة من نقط هذا الخط المنحني وفرض منها ومن خط مستقيم من خطوط الالتواء سطح فهذا السطح يقطع خط الالتواء الثاني في نقطة فاذا وصل بين هذه النقطة والنقطة التي اخذت بخط مستقيم فهذا الخط هو من خطوط الجسم المجدول الذي يمر بالخط المنحني المعلوم والسطح القاطع المقابل للخط المنحني يقطع الجسم المجدول وسطح خط تقاطعه يشمل على النقط المشتركة بين السطح القاطع والخط المنحني المعلوم وبفهم من ذلك ان تلك النقط توجد

على سطح خط التقاطع المستوي من الجسم المجدول وعلى الخط المنحني المعلوم
وهي على خط تقاطعهما

إذا علم مسقطا خط منحني راسم لاجل وجود هذا الخط بفرض اسطوانتين
مرسومتين بخطين مستقيمين عمودين على سطح المسقط وقاعداهما الخطان
المنحنيان المذكوران فكل من الاسطوانتين تشتمل على الخط المنحني المذكور
وتصير عوضا عن الجسم المجدول الذي له خطا التماس مستقيمان ككل ما كان
مأخوذاً من خارج الخط المنحني المذكور فكل من الاسطوانتين تقطع السطح
المستوي الذي يقابل الخط المنحني المعلوم والنقط المشتركة بين هذين الخطين
المنحني وتغطي تقاطع السطح القاطع بالاسطوانة هي النقط المطلوبة

الرسم الوصفي السادس

المسألة الأولى

المطلوب اخراج سطح مماس باسطوانة في نقطة معلومة على هذا الجسم
فجعل ان خطي ا ب و ث د مسقطا الخط المستقيم الموازية له اضلاع
الاسطوانة ونفرض ان خط تقاطع الاسطوانة بالسطح الافقي تكون الدائرة
التي مركزها هـ فالمساقط الاقضية لاضلاع الجسم يلزم ان تكون موازية لخط
ا ب والمساقط الراسية لهذه الاضلاع يلزم ايضا ان تكون موازية لخط ث د
وبعد ذلك اذا اردنا حدود المسقط الافقي للجسم المعلوم فالدائرة التي مركزها
هـ خطين ح و ث و ك مماسين وموازيين لخط ا ب بجميع المساقط
الاقضية لاضلاع الجسم تقع بين خطي ح و ث و ك وتصير موازية
لهذين الخطين ولجل وجود المسقط الرأسي للجسم المعلوم وحدود هذا المسقط
تحدد قطر ل م موازيا لخط الارض من مركز هـ ونسقط تقطعي ل م
الذين هما ظريفي هذا القطر على السطح الرأسي فيصير مسقطاهما ن و و
فاذا تأملنا مجرانا المساقط الراسية لاضلاع الجسم تقطع خط الارض بنقط
موضوعة بين تقطعي هـ و و وحيث اننا علم ان المساقط الاقضية لتلك الاضلاع

يلزم ان تكون موازيت لخط θ فاذا مدنا خطي θ و ϕ موازيين
 لخط θ من تقطعي θ و ϕ فهذان الخطان يصيران حدود المسقط الرأسي
 للجسم الاسطوانى وبعد ذلك نجعل نقطة ϕ المسقط الافقى للنقطة
 التى على الجسم ويلزم امتداد سطح مماس للجسم المعلوم منها فنستظروا لان نقطة
 ϕ هى مسقط افقى مشترك للنقطتين موضوعتين على الجسم المعلوم فى الفراغ
 لانه اذا اتينا عمودا على السطح الافقى من نقطة ϕ فهذا العمود يقطع
 الاسطوانة فى نقطتين موجودتين على ضلعين من اضلاع الجسم اللذين
 مسقطاهما الاقبيان يمران بنقطة ϕ وحيث اننا نعلم ان هذين المسقطين
 موازيان لخط θ فخط ϕ هو المسقط الافقى المشتركين
 الضلعين المذكورين اللذين يشتملان على النقطتين فى الفراغ اللتين لهما
 مسقط افقى مشترك فى نقطة ϕ ونعلم ايضا ان جميع اضلاع الجسم لا يمكنها
 ان تقابل السطح الافقى الا فى نقط من نقط الدائرة التى مركزها ϕ
 ولا تقابل ايضا الا فى نقط من نقط مساقطها على هذا السطح فيفهم من ذلك
 ان الضلعين اللذين ذكرنا سابقا يقابلان السطح الافقى فى تقطعي
 θ و ϕ فاذا اسقطنا تقطعي θ و ϕ على خط الارض فى تقطعي θ
 و ϕ ومددنا خطين موازيين لخط θ من هاتين النقطتين فهذان الخطان
 يصيران المسقطين الرأسين للضلعين المذكورين واذا اتينا الان عمودا على خط
 الارض من نقطة ϕ فهذا العمود يقطع المسقطين الرأسين اللذين وجدنا فى
 تقطعي θ و ϕ وهاتان النقطتان يصيران المسقطين الرأسين للنقطتين على
 الجسم اللتان لهما ϕ مسقط افقى مشترك واذا اردنا الان ان نجد اثرى
 السطح المماس للجسم فى النقطة التى مسقطها ϕ نعلم بعد ما تقدم
 سابقا ان السطح المماس فى نقطة من اسطوانة يشتمل على جميع الاضلاع التى
 تمر بهذه النقطة واثره الافقى خط مماس بخط تقاطع الجسم بالسطح الافقى فى
 نقطة تقابل الضلع المماس بالنقطة المعلومه مع السطح الافقى فاذا مددنا خط
 ϕ و مماسا للدائرة التى مركزها ϕ من نقطة ϕ فهذا الخط يصير الاثر

الافقي للسطح المماس المطلوب فلو وجد نقطة من نقط الاثر الرأسى لهذا السطح تنظراته من حيث ان الضلع المار من نقطة التماس لا يمكنه ان يقطع السطح الرأسى الا في نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المشتمل عليه فاذا اجتمعنا عن نقطة صه التي هي نقطة تقابل الضلع المذكور بالسطح الرأسى نجد هاهنا من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس واذا وصلنا بين نقطتي صه و د نخط صه د هو الاثر الرأسى للسطح المطلوب ويدرك هذا السطح بعد اثريه من حيث ان الضلع الذي فرضناه يقطع قاعدة الجسم في نقطتين يمر بكل منهما خط مماس لهذه القاعدة فيقعهم من ذلك انه يوجد سطحان مماسان للجسم المذكور ويوجد السطح المماس الثاني بطريقة مشابهة للتي ذكرناها لوجود السطح المماس الاول

التصحيح الاول لرسم حل هذه المسائل

السطحان المماسان للذات وجدناهما مابين بضلعين من اضلاع الجسم يلزم ان يكون خط تقاطعهما موازيا لهذين الضلعين لانه اذا فرضنا في السطح الاول خطا موازيا للضلعين المذكورين من نقطة تقاطع الاخرين الاقبيين للسطحين المماسين فهذا الخط الموازي يوجد على السطح الاول ولوجوب وجوده على السطح المماس الثاني يصير ايضا خط تقاطعهما واذا اجتمعنا عن خط تقاطع السطحين المماسين فهذا الخط يلزم ان يكون موازيا لمسقطي ا ب و د فاذا كان الامر كذلك فالرسم صحيح

التصحيح الثاني

اذا فرضنا خطا افقيا في انفراف ما من نقطة التماس وموجودا في السطح المماس في هذه النقطة فهذا الخط يصير موازيا للاثر الافقي للسطح المماس المذكور والمسقط الافقي لهذا الخط يصير خط ف ا موازيا لخط ه د ومسقطه الرأسى يصير خطا موازيا لخط الارض وحيث ان الخط المفروض لا يمكنه ان يقطع السطح الرأسى الا في نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس

الذي يشتمل عليه فنقطة - يلزم ان تكون على خط م -
هذا التصحيح يمكن ابرأؤه على السطح المماس الثاني

المسئلة الثانية

اذا اريد امتداد سطح مماس لاسطوانة من نقطة خارجة عن هذا الجسم
فالخطوط التي رسمت في ابتد المسئلة الاولى لوجود محدود مسقطي
الاسطوانة لاتزال كما هي في رسم الحل الذي اريد شرحه
وبعد ذلك فنجعل δ و ϵ مسقطي النقطة التي خارج الجسم ونمد خطا
موازيا لخط الراسم اولضلع الجسم من هذه النقطة فسطحا هذا الخط الموازي
يصيران δ ا و ϵ ث ونقطتا - و م تصيران نقطتي تقابل الخط
المذكور بسطحي المسقط والاثارة الاقمية للسطوح المارة من الخط الموازي
للضلع ومن النقطة المعلومة يلزم ان تمر نقطة - واثارة السطوح المماسية للجسم
المعلوم يلزم ان تكون مماسة للدائرة التي مركزها ه فاذا مددنا خطي
س و ر - م ماسين للدائرة المذكورة من نقطة - فهذان الخطان
يصيران الاثرين الاقبيين للسطحين المماسين للجسم المعلوم ويمتدين من النقطة
المعلومة وحيث ان الاثرين الراسيين لهذين السطحين يلزم ان يمرا بنقطة م
فاذا وصلنا بين نقطتي م و د وبين م و و فخطا م د و م و
يصيران الاثرين الراسيين للسطحين المماسين للجسم المعلوم في النقطة المعلومة

التصحيح الاول لرسم هذا الحل

ضلعا الجسم اللذان يمر منهما السطحان المماسان لهذا الجسم يلزم ان يكون
كل منهما مقابلا للسطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المماس
المشتمل عليه وحيث ان هذين الضلعين احدهما اثراه ه ف د و
ثمة س ك والثاني اثراه س ح و د نغ يفهم من ذلك ان هذين الخطين
يلزم ان يقابلا السطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المماس
المشتمل عليه فاذا لم يحصل ذلك فرسم الحل ليس بتصحيح

التصحيح الثاني

إذا فرضنا خطوطاً أفقية من نقطة $د$ و $ث$ وفي السطحين المماسين للجسم المعلوم فهذه الخطوط يلزم أن تقطع السطح الرأسى في نقطة من نقط الأثرين الرأسيين وهما $م$ و $م$ و

المسألة الثالثة

إذا أريد امتداد سطح مماس لاسطوانة ومواز لخط معلوم في الفراغ فالتخطيط الذى رسمت في ابتداء المسألة الأولى لوجود حدود مسقطى الجسم تستعمل في رسم الحل الذى أريد شرحه وبعد ذلك نفرض أن الخطى $ع$ و $غ$ مسقطا الخط الذى مر إذا امتداد سطح مماس للجسم وموازيه ونمذ خطاً موازياً للخط الذى مسقطاه $ع$ و $غ$ من نقطة $(ر و د)$ التى هى نقطة تقابل خط $(ا - و ث د)$ مع السطح الرأسى فمسقط هذا الخط بصيران $ر و د$ ونبحث عن نقطة $ح$ التى هى نقطة تقاطع الخط الموازى بالسطح الأفقى فإذا وصلنا بين نقطتى $ا و ح$ فخط $ا ح$ يصير الاثر الأفقى لسطح مواز للسطح المماس المطلوب وحيث أن السطح المماس يلزم أن يمر بخطين موازيين للخطين اللذين حدثت منهما السطح الذى اثره الأفقى خط $ا ح$ وكذلك يلزم أن تكون الأثار الأفقية للسطوح المماسية للجسم المعلوم مماسة للدائرة التى مركزها $هـ$ فيفهم من ذلك أنه لاجل وجود الأثرين الأفقيين للسطحين المماسين فخطى $م د$ و $ح غ$ مستقيمين مماسين للدائرة المذكورة وموازيين لخط $ا ح$ فالضلع الذى يمر منه السطح المماس الأول ومسقطاه $د ث$ و $هـ و ك$ يقطع السطح الرأسى في نقطة $و$ وهذه النقطة يلزم أن تكون من نقط الأثر الرأسى للسطح المماس المذكور فإذا وصلنا بين نقطتى $و و م$ فخط $و م$ هو الاثر الرأسى للسطح المماس الأول وبفعل لامتداد السطح المماس الثانى كما فعل بالسطح المماس الأول

السطحان المماسان اللذان وجدامتوازيين يلزم ان يكون اثرهما الراسيان متوازيين وهذا يجعل لتجميع رسم هذه الدعوى

تسمية مفيدة

في الثلاث دعوى التي حللناها فرضنا ان الاسطوانة تقطع السطح الافقي في دائرة ولكن في بعض الاوقات الجسم المذكور يقطع السطح الافقي في خط متحن كل ما كان فالطرق التي شرحت يمكن اجراؤها على هذه الحالة ولكن ننبه انه اذا علم المسقط الافقي فقط لنقطة التماس التي هي على الجسم الاسطوانى يمكن ان يكون هذا المسقط مشتركين اكثر من نقطتين من نقط الجسم ولذلك تحدث حالة سطوح مماسة للجسم المعلوم

الرسم الوصفى السابع .

المسئلة الرابعة

اذا اريد امتداد سطح مماس لخروط في نقطة معلومة على هذا الجسم فجعل ه مركز الدائرة التي هي خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الافقى وم م مسقطى رأس الجسم فاذا مددنا من نقطة م خطين مستقيمين مماسين للدائرة التي مركزها ه فهذان الخطان يصيران حدى المسقط الافقى للجسم المذكور واذا مددنا قطر ا ب موازيا لخط الارض واسقطنا نقطتي ا و ب على السطح الرأسى ووصلنا بين نقطتي م و م وبين نقطتي ا و م فهذان الخطان يصيران حدى المسقط الرأسى للجسم المعلوم وبعد ذلك نجعل نقطة و المسقط الافقى لنقطة من الجسم المذكور فنظرا ولا ان نقطة و هي مسقط افقى مشترك بين نقطتين من نقط الجسم المعلوم لانه اذا انعمنا على السطح الافقى من نقطة و فهذا العمود يقطع الجسم المعلوم في نقطتين واذا اجئنا الان عن وجود المسقطين الرأسيين لهاتين النقطتين فنظرا انه اذا وصلنا بين نقطتي م و و بخط م و فهذان الخط

يصير مسقطا افقيا مشتركا بين ضلعين من اضلاع الجسم المذكور وما رايه هذه
النقطة وهذا الخط يقطع ايضا الدائرة التي مركزها ه في نقطتي ت و ء
التي هما نقطتا تقابل الضلعين المذكورين بالسطح الافقي فاذا استطعنا
هاقين النقطتين على خط الارض في نقطتي ف و ح و وصلنا بين هاتين
النقطتين ونقطة م نخطا ف م و م يصيران المسقطين الراسيين
للضلعين المذكورين واذا انزلنا الان عمودا على خط الارض من نقطة و
فهذا العمود يقطع المسقطين الراسيين للضلعين المذكورين في نقطتي
س و ش وهن ان النقطتان هما المسقطان الراسيان للنقطتين اللتين
على الجسم ولهما مسقط افقي مشترك فالسطحان المماسان الماران
بهاتين النقطتين لهما اثران افقيان مماسان للدائرة التي مركزها ه
في نقطتي ت و ء والخط الذي مسطاه م ت و م ف يقطع السطح
الرأسي في نقطة من نقط الاثر الرأسي للسطح المماس المشترك على هذا الخط فاذا
بجئنا عن نقطة ك التي هي نقطة تقابل الخط المذكور بالسطح الرأسي
ووصلنا بين نقطتي ك و و بخط مستقيم فهذا الخط يصير الاثر الرأسي
للسطح المماس الاول

ويفعل هكذا الامتداد السطح المماس الثاني

التصحيح الاول لرسم هذا الحل

حيث ان السطحين المماسين يمران برأس الجسم المخروطي فخط تقاطعهم
يلزم ان يمر ايضا بهذه النقطة فاذا بجئنا عن مسقطي هذا الخط فنجدا به يلزم
ان يمر بنقطتي م و ت اللتين هما مسقطا راس الجسم

التصحيح الثاني

اذا حددنا خطوطا افقية من نقط التماس في السطوح المماسية فكل من هذه
الخطوط افقية يقطع السطح الرأسي في نقطة من نقط الاثر الرأسي للسطح
المشتمل عليه ويستعمل ذلك لوجود نقطتي ا و ب اللتين هما نقطتا تقابل

المسئلة الخامسة

اذا اريد امتداد سطح مماس للجسم مخروطي من نقطة معلومة خارجة عن هذا الجسم فالخطوط التي رسمت في ابتداء حل الدعوى الاخيرة التي هي الرابعة لوجود حدود مسطحة المخروط تسعمل ايضا في حل هذه الدعوى وبعد ذلك نجعل م و م مسطحة النقطة المعلومة التي يلزم امتداد سطح مماس للجسم المعلوم منها واذا وصلنا بين نقطتي ا و م وبين نقطتي ر و م خطا ا م و ر م بصيران مسطحة الخط المستقيم الفراغي الواصل بين راس المخروط والنقطة المعلومة واذا بحثنا عن نقطة و التي هي نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الافقي نجدها من نقط الاثر الافقي للسطح المار بالنقطة المعلومة وبراس المخروط وحيث افانعلم ان الاثر الافقي للسطح المماس للمخروط هو خط مماس للدائرة التي مركزها ه فاذا مددنا من نقطة و خطي و ت و ح و مماسين للدائرة المذكورة فهذان الخطان يصيران الاثرين الاقيين للسطحين المطلوبين المماسين للجسم المعلوم واذا نظرنا الى نقطة التماس اعني نقطة ف التي هي على الجسم نجد ان الخط المار بهذه النقطة يوجد تاما في السطح المماس الذي اثره الافقي هو خط ت و ومسقط هذا الخط يصيران خطي ف ا و ح و واذا بحثنا عن نقطة ث التي هي نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الراسي نجدها من نقط الاثر الراسي للسطح المماس المذكور فاذا وصلنا بين نقطتي ث و ت بخط مستقيم نخط ث ت يصير الاثر الافقي للسطح المماس المطلوب وبعد ذلك يدرك السطح نفسه

فطرق تصحيح رسم حل هذه المسئلة هي كطرق تصحيح رسم حل المسئلة السابقة اعني الرابعة

المسئلة السادسة

إذا اريد امتداد سطح مماس لمخروط مواز لخط معلوم في الفراغ
فلاجل حل هذه المسئلة ترسم الخطوط اللازمة لوجود حدود مسطوية
المخروط وبعد ذلك نجعل $ا - و$ ث $ث$ اثرى الخط المعلوم الذي يلزم
امتداد سطح مماس مواز له ونقرض خطا في الفراغ موازيا للخط المعلوم من
رأس الجسم الذي مسقطاه $ف و$ ف $ف$ مسقطا $ف و$ ف $ث$
يصيران موازيين لخطي $ث و$ $ا - آ$ اللذين هما مسقطا الخط
المعلوم ونبحث عن نقطة $ث$ التي هي نقطة تقابل الخط الموازي بالسطح
الافقي وبعد ذلك تتم رسم حل هذه المسئلة كما فعلنا في المسئلة السابقة

مسقطا خط تقاطع السطحين المماسين يلزم ان يكونا موازيين لمسقطي الخط
المعلوم وذلك ينظر كتحقيق رسم حل هذه المسئلة
رسم حل هذه المسئلة ليس عموما لانه اذا مددنا من رأس المخروط خطا موازيا
للخط المعلوم وبخفتنا عن نقطة تقابله بالسطح الافقي فتارة لا يمكننا امتداد
خط من هذه النقطة مماس للخط المنحني الذي هو خط تقاطع الجسم المعلوم
بالسطح الافقي وهذه الحالة لا تجري الا اذا كان الخط الموازي المماس لرأس الجسم
من داخل الجسم المعلوم

الرسم الوصفى الثامن

المسئلة السابعة

إذا اريد امتداد سطح مماس لجسم متحرك من نقطة معلومة على هذا الجسم
نفرض ان الجسم المتحرك هو قطع ناقص مجسم ونفرض ان الدائرة التي مركزها
 $ه$ هي المسقط الافقي للجسم المعلوم $ا - و$ ث $ث$ هو المسقط الرأسي
لخط جانبي حاد من تقاطع سطح مواز للسطح الافقي بالجسم المعلوم
ومحور الجسم المعلوم يكون عمودا على السطح الافقي ونفرض ان
المسقط الافقي للنقطة المعلومة على الجسم يكون نقطة $م$

م فينظران نقطة م هي مسقط افق مشترك بين نقطتين من نقط الجسم
 المعلوم وهما نان النقطنان فوجدان في السطح القاطع الجانبي المرسوم بـ سطح
 م و ف وبعد ذلك يركب السطح المماس للجسم المعلوم في النقطة
 المعلومة من الخط المماس للخط الجانبي المار بهذه النقطة ومن الخط المماس
 للخط المعتدل المار ايضا بهذه النقطة فيثبت ان الخط المماس للخط المعتدل
 عمود على سطح الخط الجانبي يفهم من ذلك ان السطح المماس المار بهذا
 الخط المماس يصير عمودا على سطح الخط الجانبي وحيث ان السطح الافقي
 عمود ايضا على سطح الخط الجانبي يفهم من ذلك ان الاثر الافقي للسطح
 المماس هو خط عمود على سطح الخط الجانبي كخط تقاطع سطحين عمودين
 على سطح ثالث وبعد ذلك يصير الاثر الافقي للسطح المماس المطلوب عمودا على
 الاثر الافقي لسطح الخط الجانبي فينبغي لنا ان نعلم نقطة من نقط الاثر الافقي
 للسطح المماس المطلوب لاجل وجود هذا السطح ولذلك نقرض ان سطح
 م و ف يصير موازيا للسطح الرأسي فائره الافق يصير هـ ونقطه
 م فوضع على نقطة م فيثبت ان نقطة م هي الان مسقط افق مشترك
 بين نقطتين من نقط الجسم المعلوم وموجودتان على الخط الجانبي الذي هو
 مواز للسطح الرأسي يفهم من ذلك ان المسقطين الرأسيين لهاتين النقطتين
 يلزم ان تكونا على المسقط الرأسي للخط الجانبي فاذا اترسنا عمودا على خط
 الاثر من نقطة م فنقطتا ا و هـ اللتان هما نقطتا تقابل هذا
 ودبقطع ا ب و هـ الناقص هما المسقطان الرأسيان للنقطتين اللتين
 على الجسم المعلوم ولهما مسقط افق مشترك م قبل تحرك سطح القطع
 الجانبي اعني متى كانت في موضعهما الاول كان لهما مسقط افق مشترك نقطة
 م فيثبت ان النقطتين اللتين على الجسم المعلوم في تحرك الخط الجانبي رسما
 قويتين دائرتين موازيين للسطح الافقي فالمسقطان الاقبيان لهذين القوسين
 هما خطان مستقيمان موازيان لخط الارض ونقطتا ا ب هما من نقط
 سقطين الرأسيين المذكورين ويفهم من ذلك انه اذا مدنا من نقطتي ا و ب

خطين مستقيمين موازيين لخط الارض فهذان الخطان يلزم ان يكونا مستقيمين
على المسطتين الرأسيتين للنقطتين اللتين هما على الجسم المعلوم ولهما مسقط
افقي مشترك فاذا انزلنا من نقطة م عمود م د على خط الارض فنقطتا
م و د يصيران المسطتين الرأسيتين المطلوبين والخط المماس للخط الجانبي
الذي هو مواز للسطح الرأسى فى النقطتين اللتين مسقطاهما م و ا
له مسقط افقى خط هـ ل ومسقط رأسى ا د مماس لقطع ا ب ث الناقص
فى نقطة ا وهذا الخط المماس يقابل السطح الافقى فى نقطة هـ فاذا
اعدنا سطح الخط القاطع الجانبي الى موضعه الاول فالخط المماس فى النقطة
التي مسقطاها م و ا يدور فى وقت واحد مع السطح المشترك عليه ويصير
خطا مماسا فى النقطة التي مسقطها م و د بحيث ان نقطة ل ترسم
ايضا فى التعرّك قوس دائرة ل ف فنقطة ف هي نقطة تقابل الخط
المماس فى النقطة التي مسقطاها م و د مع السطح الافقى وحيث
انه يلزم مرور السطح المماس بهذا الخط المماس يعلم من ذلك ان نقطة ف
هي نقطة من نقط الاثر الافقى للسطح المماس المطلوب فاذا اقنعا عمود
ف ح على خط د ف من نقطة ف فهذا العمود يصير الاثر الافقى
للسطح المماس للقطع الناقص الجسم فى النقطة التي مسقطاها م و د
ولا اجل وجود الاثر الرأسى لهذا السطح نفرض خطا افقيما من نقطة التماس
فى السطح المماس فهذا الخط يصير عمودا على خط ف ح ومسقطاه
يصيران م خ و د ر والابحثناعن نقطة ر التي هي نقطة تقابل الخط
الافقى مع السطح الرأسى فهذه النقطة يلزم ان توجد على الاثر الرأسى للسطح
المماس المطلوب واذا وصلنا بين نقطتي ر و ح فخط ر ح يصير الاثر
الرأسى للسطح المماس للقطع الناقص الجسم فى النقطة التي مسقطاها
م و د ويدرك هذا السطح من غير مشقة
ويوجد السطح المماس للجسم المعلوم فى النقطة التي مسقطاها م و د
بطريقة مشابهة للطريقة التي استعملت لاجل وجود السطح المماس الاول

التصحيح الاول لرسم حل هذه الدعوى

حيث ان الخط المماس لخط جانبي من قطع ناقص مجسم يوجد في سطح الخط الجانبي المار من نقطة التماس ويوجد ايضا في السطح المماس بالجسم المذكور في هذه النقطة يلزم انه يقابل السطح الرأسى في نقطة من تقاطع الاثرين الرأسين للسطحين المذكورين المحي في النقطة المشتركة بين هذين الاثرين فاذا كان الرسم صحيحا يلزم ان تتقاطع خطوط $و د$ و $خ ح$ و $ز ه$ في نقطة واحدة ويفعل ايضا في تصحيح رسم السطح المماس الثانى للجسم المذكور في النقطة التى مسقطها $م$ و $ن$ هكذا

التصحيح الثانى

اذا مددنا من محور الجسم المذكور سطحا موازيا للسطح الرأسى فهذا السطح يقطع السطح المماس لهذا الجسم في خط مواز للاثر الرأسى فحيث ان الخط المستقيم الذى هو خط تقاطع السطحين المذكورين يقطع السطح الاخرى في نقطة $ك$ فاذا انزلنا خط $رك$ المستقيم عمودا على خط الارض فنقطه $ك$ نصير نقطة من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين وهذه النقطة هى المسقط الرأسى لنقطة مشتركة بين السطحين المذكورين لان السطح المماس المار بالخط المماس يقطع محور الجسم المذكور في النقطة التى يمر منها الخط المماس فاذا وصلنا بين نقطتي $ك$ و $و$ ونقط $ك$ و $ه$ والمسقط الرأسى لخط التقاطع فاذا كان الرسم صحيحا نجد خط $كو$ موازيا لخط $زح$

بيان تقاطع الاجسام

الرسم الوصفى التاسع

اذا اردت وجود خط تقاطع اسطوانة وقائمة بسطح عمود على سطح من سطحى المسقط واريد امتداد خط مماس لخط التقاطع المطلوب وبسط الجسم ورسم خط التقاطع والخط المماس به على سطح الانبساط فجعل نقطة $هـ$ مركز

الدائرة التي هي تقاطع الاسطوانة مع السطح الافقي فسقط محور الجسم
 بصيران ه و ف ن وحد المسقط الرأسى للجسم المعلوم اللذين هما
 ا ر و ر د بصيران موازيين لخط ف ن ونفرض ان السطح
 القاطع يكون عمودا على السطح الرأسى واثراء الرأسى يكون خط
 ح و ث فاثراء الافقى يصير خط ح و ث عمودا على خط الارض وتنظر
 بالسهولة ان خط م د هو المسقط الرأسى لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح
 القاطع وتنظر ايضا ان خط التقاطع المطلوب يوجد مر كبا من نقط تقابل
 السطح القاطع باضلاع الجسم المعلوم فحين ان المسقط الرأسى لضع من
 اضلاع الجسم هو خط مستقيم مثل ل ا الموازى لخط ف ن فهذا
 الخط المستقيم لا يمكنه مقابلة السطح الافقى الابنقطة من نقط الدائرة التي
 مركزها ه وفيه من تلك ان هذا الضلع عمودا من نقطة على خط الارض
 فهذا العمود يقطع دائرة ه في نقطتي ع و د وهاتان النقطتان
 هما المسقطان الاقيان لضعين من اضلاع الاسطوانة اللذين لهما مسقط
 رأسى مشترك وهو خط ل وحيث ان السطح القاطع عمودا على السطح
 الرأسى فكل نقطة من نقط خط التقاطع المطلوب مسقطها الرأسى نقطة من
 نقط الاثر الرأسى للسطح القاطع وحيث ان المساقط الرأسية لنقط الخط المنحنى
 المطلوب يلزم ايضا ان تكون على المساقط الرأسية لاضلاع الجسم الماربتان
 النقطتين ه ا التي هي نقطة تقاطع خط ل و مع خط م د هي المست
 الرأسى لنقطتين من نقط الخط القاطع المطلوب اللتان لهما مسقطان اقيبان
 ع و ت فيسهل الان وجود مساقط جميع نقط الخط المنحنى الذي هو خط
 تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم فلو رسم هذا الخط في مسطحه فنظر ان خطي
 ح و ث و م د يمكن فرضهما كخطين عمودين على بعضهما موضوعين
 على سطح الخط المنحنى المطلوب وبتحى احدهذين الخطين خطنا اقيبا والآخر
 خطا قائما الابعاد التي تؤخذ على الخط الافقى تسمى ابعادا اقية والتي تؤخذ
 على الخط القائم تسمى ابعادا قائمة فهذا الخط المنحنى يوجد اذا علمنا ابعاد كل

نقطة من تقط الخط المطلوب المخطئين العمودين المذ كورين وحيث ان خط
 اشره يعتبر كافي مشتركين نقطتين من نقط الخط المنحني المطلوب للتين
 لها فائتاج و و و ت فاذا فرضنا ان السطح القباطس هو
 حول خط د ثم حتى يصير سطحنا والسطح الرأسي في هذا
 المحرك خط ك ثم المستقيم ينطبق على خط ثم س الذي هو عمود
 على خط ثم د واقا نظرنا لافق ثم م فجدان خط ا ب
 المستقيم هو القائم المطابق لهذا الافق واذا اخذنا مقدار م و مساويا
 لخط ا ب فجد نقطتين من نقط الخط المطلوب واذا اخذنا ايضا افق ثم ا
 تنظر ان القائم المطابق لهذا الافق هما و و واذا اخذنا من نقطة
 ا بعدين على العمود الذي هو على خط ثم د مساويتين لخطي
 و و و و فجد نقطتين اثنتين من نقط الخط المنحني المطلوب في سطح هذا
 الخط حين ينطبق على السطح الافقي واذا فعلنا كما ذكرنا بجميع نقط
 الخط المنحني المطلوب فجدان الخط المنحني هو و ا بفرض خط ثم غ
 كخط م د المستقيم منقولا موضوعا موازيا لنفسه بعد التحرك
 واذا اريد رسم الخط المنحني على السطح الافقي تصور انه اذا كان الخط
 المنحني في سطح مواز للسطح الافقي فسقط على الافق يصير مساويا له فاذا
 دورنا السطح القاطع حول النقطة التي فسقطها ف و و حتى يصير
 موازيا للسطح الافقي فنقطتنا م و د يرسمان قوسى دائرة م ح
 ب و والار الرأسي للسطح القاطع يصير خط ح ع مستقيما
 موازيا لخط الارض فمن كون ان كل نقطة من نقط الخط المنحني المطلوب في هذا
 المحرك ترسم قوس دائرة في سطح مواز للسطح الرأسي تكون المساقط الاقمية
 لهذه الاقواس في سطوح موازية لخط الارض وبعد ذلك اذا نظرنا الى نقطة
 (و ر) التي هي من نقط الخط المنحني المطلوب فجدان مسقطها الرأسي في هذه
 الحالة هو نقطة ح و مسقطها الافقي يلزم ان يوجد على خط مواز لخط الارض
 ما يبتعد عن ذلك انه اذا ابرلنا عمودا على خط الارض من نقطة

ع نقطة م تصبح نقطة من نقط الخط المنحنى المطلوب حين ينطبق
سطحه على السطح الافقى وكذلك النقطتان اللتان كان لهما ا مسقطا
مشتركا رأسيهما الان ا مسقطا لرأسيهما ومسقطاهما الاقبيان يلزم ان
يوجد المنحنى خطين موازيين لخط الارض عمدين من نقطتي ع و ث
ويفهم من ذلك انهما اذا اتركتا محمودا Δ فت على خط الارض من نقطة ا
نقطتا ق و د بصيران من نقط الخط المنحنى المطلوب ويسهل لنا بعد ذلك
انما رسم هذا الخط واذا اردنا الان امتداد خط مماس لهذا الخط المنحنى من
النقطة التي مسقطها ا و د ننظر ان الخط المماس المطلوب هو
في السطح القاطع الذي هو سطح الخط المنحنى الموجود في السطح المماس
للاسطوانة في نقطة (ا د) ويفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب مسقطه
الافقى هو الاثر الافقى للسطح المماس المذكور اعني الخط المماس للدائرة التي
مركزها ه في نقطة د نقطة Δ التي هي تقابل الخط المماس
للدائرة مع خط ك ث هي نقطة تقابل الخط المماس المطلوب مع
السطح الافقى لان الخط المماس المطلوب لا يمكنه مقابلة السطح الافقى الا في
نقطة من نقط خط ك ث ونقطة من نقط خط ث ع ويفهم من ذلك
ان نقطة د هي نقطة من نقط المسقط الافقى للخط المطلوب تماسه في النقطة
التي مسقطها د و ا ونقطة ع فوضع على ع حين ينطبق
السطح القاطع على السطح الرأسي بشرط ان ث ك يساوى ث ك
ونقطة ف هي نقطة من نقط الخط المنحنى منطبقه على السطح الرأسي
ويفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب يمر بنقطتي ك و ف ويدرك بعد
هذا الخط .

وكاف يمكن ان نذكر السطح القاطع حول خط ك ث حتى يصير سطحا
واحدا مع السطح الافقى في هذا التحرك كل نقطة من نقط الخط المنحنى
ترسم قوس دائرة موضوعا في سطح مواز للسطح الرأسي وخط ث د يقع
على خط الارض فان الخط المنحنى يعتبر كانه وضع على سطح الخط القائم والخط

الافقي المذكورين سابقا وهما θ و θ' ك θ والابعاد الالفية
والرأسية لـ θ نقطة من نقطة هذا الخط المنحني تصير معلومة والخط نفسه يصير
معلوما

ونبحث الان على الخط المماس لخط θ في θ' المنحني ولذلك اذا نظرنا الخط المنحني
الذي هو خط تقاطع السطح القاطع بالاسطوانة في موضعه الحقيقي نجد ان الخط
المماس في نقطة (ا، ب) يقطع القطر الثاني للخط المنحني في نقطة (هـ، ح) وذلك
يحصل حين يصير الخط المنحني موازيا للسطح الافقي في هذا التحرك نقطة (ك، ث)
التي تقابل الخط المماس بالسطح الافقي تصير نقطة (هـ، ح) فاذا وصلنا بين
نقطتي θ و θ' بخط θ يلزم ان يمر بنقطة θ

بيان حل انبساط الجسم

اذا اريد انبساط جسم فأي خط على هذا الجسم سواء كان منحنيًا او مضاف
الانحناء يصير خطًا مضافًا على سطح الانبساط ويسمى هذه الحالة انتشار
او انبساط الخط المنحني المذكور

فاذا علم انتشار خط من خطوط الجسم المنبسط فهذا الخط يسمى محور الانبساط
اذا كانت قاعدة الجسم خطًا كل ما كان فانتشار خط تقاطع السطح القاطع
العمود على السطح القاطع المعتدل هو دائمًا مستقيم على سطح الانبساط
لان اضلاع الاسطوانة المعلومة المتوازية على سطحها المسقط تكون ايضا
متوازية على سطح الانبساط والخط العمود عليها يلزم ان يكون خطًا
مستقيمًا

نقرض ان محور الانبساط يكون خط تقاطع السطح القاطع المعتدل
بالسطوانة ونجعل السطح المماس للاسطوانة سطح الانبساط فالسطح
المماس المذكور يقطع السطح القاطع المعتدل في خط (و، ا، م) المستقيم
موازيا لخط θ ك θ و سطح الانبساط يقطع اثر θ في نقطة
م التي يمتد منها خط م م الذي هو خط تقاطع السطح القاطع المعتدل

بالجسم المعلوم فاذا رسمنا خط $ر ر$ المستقيم المساوي لمحيط الدائرة التي مركزها
 ه واخذنا نقطة $ص$ ه على هذا الخط واعتبرنا ه كنقطة $(و م)$ على سطح
 المسقط $نخطا ص ر و$ $ص$ يصيران منبسطا تصفي $ح و ث$ $ع$
 وت لمحيط الدائرة المذ كورة وهذا ان النصفان اذا قسموا اجزاء كثيرة متساوية
 بشرط ان كل جزء يعتبر كنظم مستقيم وحوليت ايجاد تقطع الانقسام على عين نقطة
 ض وشمالها فالعواميد القائمة من تقطع التقسيم على $خط ر ر$ المستقيم
 هي اضلاع الاسطوانة المنتشرة على سطح الانبساط فكل نقطة من تقطع خط
 التقاطع المطلوب يمكن ان نفرض على سطح الانبساط كأنها موجودة بعد
 ادراكها للذين هما جزآن من اجزاء محور الانبساط المضلع وبعدها القائم
 هو الذي بينها وبين محور الانبساط وهذا البعد يؤخذ على اضلاع
 الاسطوانة فاذا اخذنا نقطة $(د ا)$ التي هي على الاسطوانة واخذنا قوس
 $ص ه$ كالبعد الافقي لهذه النقطة $نخط و ا$ يصير البعد القائم لهذه
 النقطة واذا نقلنا هذه النقطة على سطح الانبساط واخذنا خط $ص د$
 مساويا لخط $و ث$ واخذنا ايضا خط $د ا$ مساويا لخط $ا و$ فيجد النقطة
 المذ كورة ونفعل بجميع تقطع الخط المنحني الذي هو خط تقاطع السطح القاطع
 بالاسطوانة على سطح الانبساط كما فعلنا بهذه النقطة فانتشار هذا الخط المنحني
 يصير خط $ل ص$ ط المنحني واذا حولنا هذا الخط المنحني على الاسطوانة بشرط
 ان خط $ب ا$ المستقيم ينطبق على الضلع الذي مسقطه $ا ر و$ $ص$
 فطرف $ا ل و ط$ يجتمعان في نقطة واحدة وهي $(د و)$ والخط المماس في نقطة
 $(د ا)$ يقابل سطح الانبساط في النقطة التي مسقطها الافقي $ظ$ وهذه
 النقطة هي نقطة تقابل خط $ت غ$ المماس مع خط $ا و$ المستقيم ممثلا
 والخط الذي في الفراغ الواصل بين نقطة $(د و)$ ونقطة $(ظ م)$ يصير مساويا
 لمسقط $ت ظ$ الافقي لانه مواز للسطح الافقي والخط المماس في نقطة $(د ا)$
 يدور لثمن وتر المثلث القائم الزاوية الذي احد ضلعيه خط $ت ظ$ والضلع
 الاخر خط $و ا$ وجبت ان سطح هذا المثلث يصير هو سطح الانبساط

سطحا واحدا يفهم من ذلك انه اذا اخذنا بعدا من النقطة أ خط د ط مساويا لخط ث ط ووصلنا بين نقطتي ا ط بخط مستقيم فخط ا ط يكون الخط المماس على سطح الانبساط لخط تقاطع السطح القاطع بالجسم الاسطوانى المنشور

الرسم الوصفى العاشر .

اذا اريد وجود خط تقاطع سطح عمود على السطح الرأسى بمخروط تقبه اولاته اذا وصل بين المخروط ومركز قاعدته بخط قائم مستقيم ووجد هذا الخط عمودا على قاعدة المخروط يقال لهذا المخروط مخروط قائم واذا كان الخط الذى يسمى محور المخروط مائلا على سطح قاعدة المخروط فالمخروط يسمى مخروطا مائلا

ولاجل حل المسئلة المذكورة فنجعل ه مركز الدائرة التى هى تقاطع المخروط بالسطح الافقى وه و ف ه مسقطى محور المخروط فخطا ه ا وه ب هما احدا المسقط الرأسى للجسم المخروطى وبعد ذلك نفرض ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فاثراه يصير احدهما سه والانحرث د عمودا على خط الارض فالمسقط الرأسى للخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور هو خط م د لان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فننظر ان الخط المنحنى المطاوب فى الدعوى التى سبقت ووجد بنقطتي تقابل السطح القاطع باضلاع الجسم المعلوم فاذا مددنا خط ه ح حيث ما اتفق فهذا الخط يعتبر كقطر رأسى مشترك بين ضلعين من اضلاع الجسم فنحن حيث ان جميع هذه الاضلاع تقطع السطح الافقى فى نقطة الدائرة التى مركزها ه فاذا افننا عمود ح شه على خط الارض فنقططنا شه وهما نقطتا تقابل ضلعي الجسم اللذين مسقط ه ح الرأسى مشترك لهما فاذا وصلنا بين نقطتي ه شه ونقطتي ف ه فخطا ه ح شه ه ب يصيران المسقطين لاثمين للضلعين المذكورين ونقطة

ك التي هي نقطة تقابل خط هـ بخط مـ هي المسقط الرأسى
 المشترك بين نقطتين من نقط الخط المنحنى المطلوب وهاتان النقطتان يلزم ان
 يكون مسقطاهما الاقيان على المسقطين الاقيين لضلعى الجسم اللذين
 يشتملان عليهما واذا ازلنا عمود كـ من نقطة ك على خط الارض
 فنقطنا ل و س يصيران المسقطين الاقيين للنقطتين من الجسم اللتين
 لهما ك مسقط رأسى مشترك وبعد ذلك يمكن ان نجد المساط الاقضية
 لجملة نقط من نقط الخط المنحنى المطلوب ولذلك يعلم ان الطريقة التى تبعناها
 لا نخدم لوجود المسقطين الاقيين للنقطتين اللتين لهما ومسقط رأسى مشترك
 والنقط القريبة لهذه النقط توجد من تقاطع الخطوط التى تحدث بينها زوايا حادة
 وهذا يمنع من تحقيق تقاطعها فيلزمنا ان نوضح طريقة اخرى لوجود تلك
 النقط ولاجل ذلك نفرض سطحاً اقضياً من نقطة و فهذا السطح يقطع
 الجسم فى دائرة مسقطها الرأسى بصير خط غـ المستقيم ومسقطها الاقضى
 يصير دائرة مـ ومق من نقطة هـ كمركز و بعيد و ر كنصف قطر ف السطح
 الاقضى المذكور اما ايضا بالنقطة التى مسقطها هـ و و يقطع السطح
 القاطع المعلوم فى خط افق لـ نقطة و مسقط رأسى و خط مسقطه الاقضى
 هـ ف فان خط الاقضى المذكور يقطع الدائرة التى هى تقاطع الجسم بالسطح المار
 بنقطة (هـ و) فى نقطتين وحيث ان هاتين النقطتين فى السطح القاطع المعلوم
 ومنهما يمر ضلعان من اضلاع الجسم بفهم من ذلك ان هاتين النقطتين من نقط
 الخط المنحنى المطلوب والمسقطان الاقيان لهاتين النقطتين يلزم ان يكونا على
 الدائرة المرسومة من نقطة هـ كمركز و بعيد و ر كنصف قطر فنقطتا
 ف و س هما المسقطان الاقيان للنقطتين المذكورتين ونفعل لرسم الخط
 المنحنى المطلوب فى سطحه كما فعلنا فى الرسم الهندسى السابق والفرق بينهما
 تصوير السطح القاطع المطلوب حول اثره عوضاً عن تدويره حول خطوط
 اخرى ولاجل ذلك يمر الخط المماس للخط المنحنى المطلوب المرسوم على السطح
 الاقضى فى عمل الرسم بنقطة تقابل هذا الخط المماس بالسطح الاقضى

يفهم من ذلك انه اذا مددنا خطا مماسا لمحيط ض ش ع في نقطة ع
واخذنا على هذا الخط المماس بعد ح ع = ع د ووصلنا بين نقطتي
و د و ض نخط ح د ض يكون الخط المماس المطلوب على سطح الانسياط
المماس لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور

الرسم الوصفي الجاوي عشرين

السلسلة التاسعة

اذا اريد وجود خط تقاطع جسم متحرك معلوم بـ سطح معلوم ايضا وامداد
خط مماس لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم
نقرض ان الجسم المعلوم قطع ناقص مجسم ونقدر ايضا ان السطح الافقي عمود
على محور الجسم المعلوم والسطح المعلوم عمود على السطح الرأسي فالمسقط
الافقي للجسم هو دائرة ك ر ه ه و مسقطه الرأسى قطع ا ب د ه الناقص
ومسقطه محور الجسم ه ه و ا ب د و اثر السطح القاطع ف و
و ف ه و حيث ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسي فالمسقط الرأسية
لجميع نقط خط التقاطع المطلوب يلزم ان توجد على الاثر الرأسى للسطح القاطع
للمعلوم وايضا قطع ا ب د ه الناقص هو المسقط الرأسى للجسم المتحرك
ويحدد المسقط الرأسى للخط المطلوب ويفهم من ذلك ان خط و د
هو المسقط الرأسى للخط المطلوب ولاجل وجود المسقط الافقى لهذا الخط نجعل
سطحا اقياما من النقطة الفراغية التي مسقطها ه و ل فهذا السطح
يقطع القطع الناقص المجسم في دائرة لها خط ك ر مسقطه الرأسى
ومسقطها الافقى دائرة م ر سومة من نقطة ه ك ر ك د و يتبعه خط ل ك
كنصف قطر سطح هذه الدائرة يقطع السطح القاطع المعلوم في خط مستقيم
افقى عمودا على السطح الرأسى ومسقطه الرأسى نقطة ا و خط م ه ن
مسقط افقى لهما فالتقطتان المشتركتان بين الخط المذكور والدائرة التي مسقطها
الرأسى خط ل ك هما نقطتان من نقط خط التقاطع المطلوب ونقطتنا

من Δ مسقطان اقيان لهما و α مسقط رأسي مشترك بينهما وبعد ذلك
يسهل علينا وجود مساقط جميع نقاط الخط المنحني المطلوب وبذلك ايضا هذا الخط
الدائريان اللذان هما عمودان على محور الجسم الثموري ومسقطاهما
الرأسيان هما γ و δ ومسقطاهما الاقيان دائرتان γ و δ يحددان
من نقطة h مركز مشترك وينصف قطر γ و δ يحددان
المسقط الاقي للخط المنحني المطلوب بعد تقابل هاتين الدائرتين بالعمودين
النازلين من تقاطع γ و δ على خط الارض والمسقط الاقي لهذا الخط
المنحني يصير m و n ويعتبر هذا الخط المنحني كأنه حاصل من تقابل
الخطوط الجانبية للممتدة كل ما كانت بالسطح القاطع ولاجل اثبات ذلك فجعل
 h δ الاثر الاقي لسطح جانبي كل ما كان خط تقاطع هذا السطح بالسطح
القاطع المعلوم يصير خطا مستقيما وتقاطعتا تقابل هذا الخط بالخط الجانبي
يصيران من نقاط الخط المنحني المطلوب ولاجل وجود المسقطين الاقيين لهما تين
النقطتين ندور السطح القاطع الجانبي حول محور الجسم حتى يصير موازيا
للسطح الرأسي ففي هذا الدورك نقطة θ التي هي نقطة تقابل خط تقاطع
السطحين المذكورين بالسطح الاقي تقع على نقطة θ فاذا انزلنا خط θ غ
عمودا على خط الارض فنقطه θ التي هي موقع هذا العمود تصير من تقاطع
المسقط الرأسي لخط تقاطع السطحين المذكورين حين يصير السطح القاطع
الجانبي موازيا للسطح الرأسي وحيث ان المسقط الرأسي المذكور يمر بنقطه θ
فاذا وصلنا بين تقاطع θ و θ بخط θ فبقعتا θ و θ
يصير لقطعتي تقابل خط تقاطع السطحين المذكورين
بخط θ موازيا للسطح الرأسي لان الخط القاطع الجانبي
في هذه الحالة θ و θ المنحني مسقط رأسي له فالنقطتان المذكورتان
الفوقيتين بعاديهما عن المحور هما θ و θ واذا أعدنا القاطع
الجانبي الى موضعه الاول فالنقطتان المذكورتان يرسمان قوسى دائريه موازيين
للسطح الرأسي والدائرتان المرسومتان من نقطة h مركز θ و θ

صه ث و ر ض كنصفي قطر مسقطان افقيان لارترتين اللتين
 جزاؤهما مركبة من هذين القوسين ويفهم من ذلك ان المستطين الاقبيين
 للنقطتين اللتين على الجسم المعلوم يلزم ان يكونا على هاتين الدائرتين وعلى
 خط ه ع فاذا اخذنا على هذا الخط مقداري ه ا و ه م مساويين
 نلحقى و ت و ر ض فالمسقطان الاقبيان يوجدان على الخط المنحني
 المعلوم بالطريقة الاولى واذا وجدنا المستطين الاقبيين لهذين الخطين
 اللذين على خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم نجد المستطين الرأسين
 لهاتين النقطتين بالسهولة ويلزم ان يوجد على خط و ح وبعد ذلك ننظر ان
 قوس ع غ اذا استديق قطع خط ف م في نقطة غ ويفهم من ذلك انه
 اذا فرضنا ان السطح القاطع الجانبي اثره الافقي خط ه ع ووضعنا هذا
 السطح كما رسمنا السطح القاطع الجانبي الاول فجدناه اذا اخذنا على خط
 ه غ مقداري صه ث و ر ض من نقطة ه نجد المستطين الاقبيين
 للنقطتين الحادتين من نقط خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم ورسم
 خط التقاطع على سطحه كما عرفناه في رسمي ٩ و ١٠ الوصفين
 ولأجل امتداد خط مماس لنقط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم في النقطة
 التي مسقطها ا و د فيجعل السطح القاطع الجانبي المار بهذه النقطة
 موازيا للسطح الرأسى فنقطه (ا د) يحدث لها في موضعها الان
 مسقطان اخران وهما ت و ر وانخط المماس للخط المنحني الجانبي في نقطة
 (ر ت) له مسقط رأسى خط مماس لخط ا ر ت المنحني في نقطة ر
 وحيث ان هذا الخط المماس يوجد في السطح القائم الذي اثره الافقي ه غ
 فهذا المماس يقابل السطح الافقي في نقطة و فاذا اخذنا السطح القاطع
 الجانبي لموضعه الاول فانخط المماس الذي مددناه له يدور في وقت واحد مع
 الخط المنحني الجانبي ونقطة و ترسم قوس دائرة و و ومن ذلك نقطة و نصير
 نقطة تتأبل الخط المماس للخط المنحني الجانبي في نقطة (د ا) بالسطح الافقي
 والسطح المماس للقطع الناقص للجسم في نقطة (د ا) اثره الافقي و ت

فإن الخط المماس للخط المنحني الذي هو خط تقاطع السطح بالجسم المعلوم يوجد في السطح المماس وفي السطح القاطع المعلوم ويعلم من ذلك أن نقطة θ هي نقطة تقابل السطح المماس المذكور بالسطح الأفقي فإذا وصلنا بين تقطعتي θ و θ بخط $\theta\theta$ يصير المسقط الأفقي للخط المماس لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم في النقطة التي مسقطها θ و θ وبفهم بالسهولة أن الخط المماس المذكور مسقطه الرأس θ و θ وحينئذ يدرك هذا الخيال بالسهولة ولا جمل وجوده في النقطة المفروضة حين تطبيق سطح الخط المنحني على سطح من سطح المسقط θ و θ نفعل لذلك كما فعلنا في رسم الوصفية .

الرسم الوصفي الثاني عشر

المراد وجود خط تقاطع جسم اسطواناني مائل وقاعدته تكون قطعاً ناقصاً بسطح عمود على محور هذا الجسم وامتداد خط مماس لخط التقاطع المطلوب وانبساط الجسم المخروطي ورسم الخط المنحني المطلوب ورسم الخط المماس لهذا الخط على سطح الانبساط

فلاجل حل المسئلة الاولى نجعل $\alpha\theta\gamma$ الخط المنحني الذي هو خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الأفقي وخطي $\theta\theta$ و $\theta\theta$ مسقطي الخط المستقيم الموازية له اضلاع الجسم وبعد ذلك نمد خطين مماسين لخط $\alpha\theta\gamma$ موازيين لخط $\theta\theta$ فهذان الخطان المماسان يصيران حدي

اسطواناني المعلوم وبعد ذلك نمد $\theta\theta$ و $\theta\theta$

عمودين على خط لارض ونمد من تقطعتي $\theta\theta$ و $\theta\theta$

خط $\theta\theta$ موازيين لخط $\alpha\theta\gamma$ فهذان الخطان يصيران

حدي المسقط الرأس للجسم الاسطواناني فإذا فرضنا أن الجسم يقطع بسطح

أفقي فخط تقاطعه بهذا السطح يصير خطاً منحنيًا مماساً بالخط $\alpha\theta\gamma$ و

المنحني وخط $\theta\theta$ و $\theta\theta$ مسقط أفقي له وخط رسم مسقطه الرأس

وبعد ذلك فجعل خطي $و ت$ و $و ض$ اثنى السطح القاطع ونفرض
 جملة من السطوح مارة باضلاع الجسم وعموماً على السطح الافقي فالانوار
 الافقية لتلك السطوح تصير خطوطاً موازية لخطي $د ش$ و $د ه$
 وكل منها يقطع السطح المعلوم بخط مستقيم فسقط تقاطع هذه الخطوط
 باضلاع الجسم المعلوم التي تشمل عليها السطوح المذكورة فتحدث الخط
 المحني الذي هو تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم وبعد ذلك فجعل خط
 $ا و$ الاثر الافقي للسطح المشترك على الضلعين من الجسم اللذين خط $ا و$
 مسقط افقي مشترك بينهما فخط تقاطع هذا السطح بالسطح القاطع المعلوم
 هو خط مستقيم مسقطه الافقي خط $ا و$ ويقطع السطح الافقي في نقطة $و$
 فاذا انزلنا خط $د و$ عموداً على خط الارض فنقطه $د$ التي هي موقع
 العمود تصير من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين فلاجل
 معرفة المسقط الرأسى المطلوب يلزم معرفة نقطة ثانية من هذا المسقط ولذلك
 نفرض خطاً اقرباً في السطح القاطع المعلوم موازياً لخط $ص د$ ومسقطه
 الافقي خط $ع غ$ وبعد ذلك ننظران نقطة $ع$ هي المسقط الافقي لنقطة
 من نقط خط تقاطع السطحين المذكورين فان خط الافقي الذي ذكر يقطع
 السطح الرأسى في نقطة $و$ واذا مددنا من هذه النقطة خط $و ك$ مستقيماً
 موازياً لخط الارض فان خط الحادث هو المسقط الرأسى للخط الافقي المذكور واذا
 فرضنا من نقطة $ع$ خطاً قائماً فهذا الخط يقطع السطح القاطع المعلوم في نقطة
 مشتركة بين خط تقاطع السطحين المذكورين والخط الافقي الذي مسقطاه
 $ع غ$ و $و ك$ وبهم من ذلك انه اذا مددنا خط $ع د$ عموداً على
 خط الارض فنقطه $د$ تصير المسقط الرأسى لنقطة تقاطع الخط الافقي
 المذكور سابقاً مع الخط القائم الممتد من نقطة $ع$ وتصير من نقط
 المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين واذا وصلنا بين نقطتي
 $د و$ و $د ك$ و $د$ يصير المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المعلوم
 بالجسم المذكور

ت و ت نظران هذه النقطة على الجسم فن ذلك يفهم ان الخط المماس
 لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم في نقطة داخل السطح المماس
 للجسم في هذه النقطة فالسطح المماس للجسم في نقطة (ت و ت) اثره الاقنى
 خط مماس لخط ا ر ت و المنحنى في نقطة ت التى هى نقطة تقابل
 ضلع الجسم المار بنقطة التماس بالخط المنحنى المذكور فاذا مددنا خط ت و ت
 المماس يصير الاثر الاقنى للسطح المماس بالجسم المعلوم في نقطة
 (ت و ت) فالخط التماس يوجد في هذا السطح المماس وفي السطح القاطع
 المعلوم ويفهم من ذلك ان هذا الخط يقابل السطح الاقنى في نقطة ت التى هى
 نقطة تقاطع الاثرين الاقنيين بالسطحين المذكورين واذا وصلنا بين نقطتي
 ت و ت بخطهما بصير المسقط الاقنى للخط المماس المطلوب واذا وصلنا
 بين نقطتي ت و ت فهذا الخط يصير الخط المماس لخط التقاطع حين ينطبق
 سطحه على السطح الاقنى ويسهل وجود المسقط الرأسى لذلك الخط المماس لان
 نقطة ت نقطة من خط المماس المطلوب وهى المسقط الرأسى لنقطة التماس

بيان حل انبساط الجسم

نجعل ان محورا الانبساط هو الخط المنحنى الذى هو تقاطع الجسم المذكور
 بالسطح المعلوم كافى شكل (٢) ونجعل خط ا ر المستقيم مغيرا للخط المنحنى
 المذكور ونقسم الخط المعتدل اقساماً صغيرة جداً مساوية لبعضها ونعتبر
 كل قسم منها كانه خط مستقيم وناخذ تلك الاقسام على هذا الخط ونقيم
 عمودا عليه من كل نقطة من نقط التقسيم فهذه العواميد تصير على سطح
 الانبساط اضلاع الجسم المارة بنقط تقسيم خط تقاطع الجسم بالسطح الاقنى
 وابعاد هذه الاضلاع هى التى بين خط تقاطع الجسم بالسطح الاقنى وخط تقاطع
 السطح المعلوم بالجسم المذكور فاذا اخذنا هذه الابعاد على العواميد التى
 اقتناها سابقا فالخط الهندسى المركب من اطراف تلك العواميد يكون
 الخط المنحنى المطلوب على سطح الانبساط

نقرض الان ان ضلع الجسم الذي ت ر مسقط افقيه يأخذ موضع
ه ف على سطح الانبساط فاذا اودنا امتداد خط مماس لتغير قطع
ا س د الناقص في نقطة ه نأخذ على خط ا ب من نقطة في
بعد ف د مساويا لخط ت ا نقط ه د يصير الخط المماس المطلوب

الرسم الوصفي الثالث عشر

اذا اريد رسم خط تقاطع اسطوانتين على سطحى المسقط وامتداد خط مماس
لهذا الخط

فعلى العموم لوجود خط تقاطع جسمين معلومين نقرض جملة سطوح اوجلة
اجسام تليق بسهولة وجوده فكل من هذه السطوح او الاجسام يقطع الجسمين
المعلومين في خطين متخمين وهذه الخطوط المتخمية تتقاطع في جملة نقط فان خط
المركب من جميع تلك النقط هو خط تقاطع الجسمين المعلومين ولاجل وجود
خط تقاطع اسطوانتين يلزم قطع هذين الجسمين بجملة سطوح موازية لاضلاع
الجسمين معالان السطوح المذكورة في هذه الحالة تقطع الجسمين المعلومين
في اضلاعهما واذا كان المراد وجود خط تقاطع مخروطين يقطعان بسطوح مارة
برأسي هذين الجسمين واذا كان المقصود وجود خط تقاطع مخروط باسطوانة
يقطع هذان الجسمان بسطوح موازية لاضلاع الاسطوانة المعلومه ومارة برأس
المخروط المعلوم واذا كان الجسمان المعلومان تحركيين يقطع هذان الجسمان
بكراة مركزية ومركزها المشترك يكون نقطة تقاطع محوري الجسمين المعلومين
فكلما تلك الكرة تقطع كل جسم من الجسمين المعلومين في دائرة ونقط تقاطع
هذه الدوائر من نقط تقاطع الخطوط ويرسم بسهولة هذا الخط وحيث اتينا
شرحنا طرق وجود خطوط تقاطع الاجسام المفهومة فلا يلزم رسمها كلها
لانه اذا شرعنا رسمها واحدا منها واثنين فهذه الشرح يكفي للاجسام الاخر
فتبدي بشرح رسم خط تقاطع اسطوانتين ببعضهما ولذلك فعتبر ان
كل نقطة من نقط الخط المجهول هي نقطة تقاطع ضلعين من الجسمين اللذين

يمران بهذه النقطة في كل من هذين الجسمين واضلاع الجسمين المعلومين
 مثنى مثنى في سطوح موازية لاضلاع الجسمين ولوجود الاثر الافقي لسطح من
 هذه السطوح الموازية تقدم من النقطة التي مسقطها $ا و ب$ خدين
 موازيين لاضلاع الجسمين فهذان الخطان يقابلان السطح الافقي في نقطتي
 $ث و$ فاذا وصلنا بين هاتين النقطتين بخط $ث و$ فهذا الخط يصير الاثر
 الافقي المطلوب واذا مددنا ذلك الاثر يقطع الدائرتين اللتين هما خط تقاطع
 الجسمين المعلومين بالسطح الافقي في نقطتي $ث و ح و د و ه و و ف$ وهذه
 النقطة هي نقط تقابل الاضلاع المشتمل عليها سطح $ث و$ بالسطح الافقي واذا
 بجمعا عن مساقط تلك الاضلاع فحور هاتين نقطتي السطح للرأس في اربع نقط
 وهذه النقط التي هي تقابل الاضلاع بسطحي المسقط من نقطة مسقط خط
 التقاطع المطلوب ويعلم من ذلك ان كل سطح مواز لاضلاع الجسمين يحدث اربع
 نقط من مسقط الخط المطلوب وحيث ان الاسطوانتين يتداخلان في بعضهما
 ويخرجان من بعضهما يلم من ذلك انهما يحدثان خطا تحديا لتقاطعهما
 في الدخول وخطا تحديا لتقاطعهما في الخروج وتذكر بالسهولة ان اثار
 هذين الخطين

لاجل ان يشتمل سطح مواز لسطح $ث و$ على ضلعين من اضلاع الجسمين
 اللذين نقطتهما المشتركة بينهما من نقط خط من خطي التقاطع المنحنيين يلزم
 ان يقطع السطح المذكور الجسمين المعلومين واثره الافقي يقطع الدائرتين اللتين
 مركزاهما نقطتا $ث و$ ويضعهم من ذلك انه اذا مددنا خطين مماسين للدائرتين
 الصغرى من الدائرتين المذكورتين موازيين لخط $ث و$ فم $ا و ب$

المماسان يصيران حدود الاثار الاخرية $ا و ب$
 بضلعين عمدين في الجسمين المعلومين لان السطح $ث و$ مواز لسطح واحد
 اذا جعلت اربع نقط من نقط المسقط الرأس خطي التقاطع المطلوب وهي تقاطع
 المساقط الاخرية لضلعين من كل من الجسمين المعلومين يسهل وجود المساقط

الاقضية المطابقة للاربعة مساقط الرأسية المذكورة على المساقط الاقضية لتلك
الاضلاع ياتزال عواميد من النقط الرأسية فاذا تأملنا بعد ذلك تجدان
الخططين المطلوبين خطان متخيلان مضعفان الاضلاع وورسهما على سطحي
المسقط سهل لان كل سطح مواز لسطحين من اضلاع الجسمين المعلومين يحدث
اربع تقاطع من خط تقاطعهما المطلوب .

واذا اردنا لان امتداد خط مماس لخط من خطي التقاطع في نقطة من نقط هذا
الخط فيجعل ان مسطحي النقطة المعلومتهما $أ$ و $ب$ فيث ان هذه النقطة
مشتركة بين الجسمين المعلومين فالخط المماس في هذه النقطة يلزم ان يوجد
في السطحين المماسين للجسمين المذكورين المتخيلين على السطحين المارين
بالنقطة المذكورة ولكن الضلعان المذكوران يقابلان السطح الاقضي في تقطعي
 $هـ$ و $و$ فاذا مددنا من هاتين النقطتين خطوطا مماسة للدائرتين اللتين
مر كراهما $ث$ و $د$ تنظر ان هذه الخطوط المماسية متوازية ويفهم من
ذلك ان السطحين المماسين المذكورين يتقاطعان في خطا في مواز لخطوط
المماسية المذكورة والمسقط الاقضي لخط التقاطع المذكور مواز لهذه الخطوط
المماسية وحيث ان هذا الخط يمر بنقطة $أ$ فاذا مددنا من هذه النقطة خطا
موازيا للخطوط المماسية يكون هذا الخط المماس المسقط الاقضي لخط تقاطع
السطحين المماسين وليكون الخط المماس المطلوب خطا اقضية لمسقطه الرأسية
يكون خطا موازيا لخط الارض ويلزم ان يمر بنقطة $ب$ فاذا مددنا من هذه
النقطة خطا موازيا لخط الارض فهذا الخط يصير المسقط الرأسية المطلوب
اذ $أ$ و $ب$ هما السطحين المعلومين غير متوازيين
يلزم ان $أ$ و $ب$ هما السطحين المطلوبين بنقطة تقاطعهما لان هذه
النقطة هي نقطة تقابل مساقط السطح الاقضي ويفهم بالسهولة المسقط
الرأسي للخط المماس المطلوب والخط نفسه

الرسم الوصفى الرابع عشر

إذا اريد رسم خط تقاطع جسمين متحركين متقاطعي المحور على سطحي

المسقط

نظر اولاً انا وجدنا في المسئلة السابقة نقط خط تقاطع الجسمين بعد نقطة قبل
اضلاع الجسمين مثني مثني في سطح واحد ولكن نأخذ نقطة تقاطع محوري
الجسمين مركز نقطة كرافة في المسئلة المراد جعلها كما عرفنا سابقاً فاذا رسمنا هذه
الكرافة كل منها يقطع الجسمين المعلومين في دائرة عمود على محوري الجسمين
وجميع هذه الدوائر تقاطع فنقط تقاطع تلك الدوائر نصير من نقط خط التقاطع
المختي المطلوب ولاجل رسم ما ذكرناه على سطحي المسقط نفرض ان السطح
الافقي عمود على محور من محوري الجسمين ونفرض ايضاً ان السطح الرأسى
مواز للمحورين المذكورين وبعد ذلك نجعل نقطة ك وخط و
مسقطي محور من المحورين وخطى ك و ل و مسقطي المحور الثانى
ونجعل ايضاً المسقط الافقي للجسم الاول الدائرة التي مركزها نقطة ك وبعد
ذلك اذا فرضنا سطحاً ماراً بمحوري الجسمين فهذا السطح يقطع هذين الجسمين
في خطين جانبيين ومسقطاهما الرأسيان يصيران خطى ا م ث و
و س غ و ح المنحنيين وهذان الخطان يصيران حدى المسقطين الرأسيين
للجسمين المعلومين واذا فرضنا كمر من نقطة (ك و) التي هي نقطة تقاطع
محوري الجسمين ونصف قطرها يكون خط و م فهذه الكرة تقطع
الجسمين في دائرتين خطا خ م و م س مسقطان رأسيان لهما فنقطه
م المشتركة بين هذين المبتطين من نقط المسقط الرأسى لخط التقاطع
المطلوب وحيث ان النقطة الفراغية التي مسقطها الرأسى نقطة م توجد
على الخط المعتدل للجسم الاول الذي مسقطه الرأسى خط م ح فمسقطها
الافقي يلزم ان يوجد على المسقط الافقي للخط المعتدل المذكور اعني على
الدائرة المرسومة من نقطة ك كمركز و بنصف قطر م ح فاذا رسمنا
هذه الدائرة وانزلنا عموداً م ص على خط الارض فنقطه ص
نصير المسقط الافقي لنقطة فراغية من نقط خط التقاطع المطلوب الى

مسقطها

مسقطها الرأس بقطة م فاذا جعلنا الان نقطة و مركزا و بنصف
 قطر او ترسم كرة اخرى فاخطان المعتدلان الحادثان من هذه الكرة
 يتقاطعان بالجسمين المعلومين في نقطتين مسقطهما الرأسى المشترك نقطة هـ
 وموضوعين على الخط المعتدل في الجسم الاول الذى مسقطه الرأسى خطا بـ
 ويفهم من ذلك ان المستقيمين الاقبيين للنقطتين المذكورتين يلزم ان يكونا على
 الدائرة المرسومة من نقطة ك مركز و بنصف قطر ا ح فاذا
 رسمنا هذه الدائرة واتزلنا من نقطة هـ عمودا على خط الارض فنقطتنا
 تقاطع هذا العمود بهذه الدائرة هما المسقطان الاقبيان للنقطتين المذكورتين
 اللتين من نقط خط التقاطع المطلوب ومسقطهما الرأسى المشترك بينهما نقطة
 هـ وبهذه الطريقة يمكن وجود جله نقط مسقطية رأسية من نقط مسقطى خط
 التقاطع المطلوب والان نبحث على امتداد خط ع با من خط التقاطع الذى
 وجدوا لاجل ذلك فنظروا لان الخط المماس المطلوب هو خط تقاطع السطحين
 المماسين للجسمين المعلومين فى النقطة المشتركة ك بين هذين الجسمين فاذا علمنا
 الاثرين الاقبيين للسطحين المماسين نعلم ان نقطة تقاطعهما تصير نقطة تقابل
 الخط المماس المطلوب بالسطح الافقى ويسهل علينا بعد ذلك وجود مسقطى
 الخط المماس المطلوب ولاجل ذلك نجعل نقطتى آ و ب مسقطى النقطة
 المشتركة المتقدمة فالسطح المماس للجسم الاول فى النقطة المذكورة يوجد
 كما فى الرسم الثامن الوصفى واثره الافقى يصير خط ش ض عمودا على
 خط ك ب فالنقطتان الموجودتان على الجسمين المعلومين اللتان مسقطاهما
 نقطتى آ و ب خط معتدل واحد والخط المماس للخط المعتدل المار
 بالنقطة . . . المذكورتين بقاطع المحور فى نقطة مسقطها
 الرأسى تقع . . . منهم من ذلك ان خط ح ا هو المسقط الرأسى للخط
 المماس المطلوب فى النقطة المفروضة (راجع الرسم الوصفى ٨) والخط
 العمودى على خط تقاطع الجسمين فى النقطة المفروضة الذى مسقطه الرأسى
 بـ خط د يقطع محور الجسم فى نقطة مسقطها الرأسى نقطة ز وهذه

النقطة نقطة تقاطع جميع الخطوط العمودية المارة بالنقطة من الجسم
الموضوعة على الخط المعتدل الذي خط ع غ مسقطه الرأسى فالنقطة
المذكورة مسقطها الافقى نقطة ش و الخط العمودى فى نقطة (أ و ب)
التي هي على الجسم التالى يصير مسقطه خطى أ ت و ت ب
مذكور سابقا ان نقطة (ش ت) هي نقطة تقاطع جميع الخطوط العمودية
على تقط الجسم الموضوعة على الخط المعتدل الذى مسقطه الرأسى خط ع غ
ولا يباح ذلك فجعل خطين جايين مارين بنقطتين من تقط خط معتدل واحد
فينظر بالسهولة ان هاتين النقطتين لهما افقى مشترك وعمودين مشترك
(راجع تطبيق الجبر بالهندسة) وحيث ان المحور الاعظم من هذين الخطين
هو محور الجسم عينه يفهم من ذلك ان الخطين العمودين فى النقطة المذكورة
يتقاطعان فى نقطة واحدة من تقط المحور المذكور
يمكن ان نجعل المثلث الذى مسقطه الرأسى ع ح ت يجهول محور الجسم
فى هذا التحرك الخط المماس الذى مسقطه الرأسى خط ع ح يصير مماسا
لجميع الخطوط الجانبية المارة من تقط خط ع غ المعتدل فى كل من المواضع
التي يوجد فيها الخط المماس المذكور فى تسفله فالخط الذى مسقطه الرأسى
خط ع ت يفضل دائما عمودا على الخط المماس ويعلم من ذلك ان النقطة التى
مسقطاها ت و ش هي النقطة المطلوبة

حيث اننا نعلم الان المسقط الافقى للخط العمودى فى نقطة (ع أ ت) التى على
الجسم التالى نعلم ان السطح المماس لهذا الجسم فى نقطة (ت ب) عمود على
هذا الخط ويفهم من ذلك انه لا جلى وجود الاثر الافقى للسطح المماس المذكور
يكفى ان تعلم نقطة من تقط هذا الاثر ولذلك نفرض من نقطة (أ ت) فى السطح
المماس الجهول خطا مستقيما موازيا للاثر الرأسى لهذا السطح فالمسقط
الرأسى لهذا الخط المقروض يصير موازيا للاثر الرأسى الذى للسطح المماس
ويصير ايضا عمودا على المسقط الرأسى للخط العمودى المذكور فاذا
انزلنا من نقطة أ عمودا على خط ت أ فهذا العمود يصير المسقط

الرأس للخط الموازي المفروض والمسقط الافقي لهذا الخط خط مواز لخط
 الارض ممتد من نقطة α واذا بحثنا عن نقطة تقابل هذا الخط بالسطح
 الافقي نجد لها من نقط الاثر الافقي للسطح المماس في النقطة
 التي مسقطها نقطتنا α و β التي هي على الجسم الثاني واذا اترلنا من هذه
 النقطة خطا عمودا على خط $\alpha\beta$ فهذه العمود يصير الاثر الافقي
 للسطح المماس المذكور والاثران الاقبيان للسطحين المماسين للجسمين
 المعلومين يتقاطعان على السطح الافقي في نقطة γ وهذه النقطة نقطة
 تقابل الخط المماس لخط تقاطع الجسمين بالسطح الافقي فاذا وصلنا بين
 γ و β وبين γ و α فان الخطان الحادان $\beta\gamma$ يصيران مسقطي الخط
 المماس المطلوب

دعوى علمية هندسية يمكن حلها بطرق الهندسة الوصفية

الدعوى الاولى

طريقة مبرورة من اربع تقط فراغية معلومة

تنظر اولاً كيف نصير المسئلة اذ لم يعلم الا تقطتان او ثلاث تقط في الفراغ
فاذا علمت تقطتان تقط ينظر بالسهولة ان المسئلة لا يمكن حلها الا اذا وصلنا
بين هاتين النقطتين بخط مستقيم وفرضنا من نقطة تصفيف هذا الخط سطحاً
عموداً على هذا الخط يعلم بالبداهة ان جميع تقط هذا السطح متساوية الابعاد
من النقطتين المعلومتين وبفهم من ذلك انه يمر حلة كراه من هاتين النقطتين
لا كراه واحدة ولا لاجل اثبات ذلك يجعل ا و ب النقطتين المعلومتين (شكل ١)
و ج غ السطح العمود على خط ا ب المار بنقطة و التي هي نقطة
تصفيف خط ا ب المستقيم الواصل بين تقطتي ا و ب ونفرض في سطح
ج غ نقطة م كل ما كانت ونصل بين تقطتي م و ا و ب ونقطتي
م و ب فنلنا م ا و م ب و الحادان يكونان متساويين
لان خط م و ضلع مشترك بين هذين المثلثين وضلع ا و مساو وضلع
ب و كما ذكر سابقاً وبعد ذلك خط م ا يصير مساوياً لخط ب و
ويثبت ايضا ان جميع النقط المأخوذة على السطح العمودي متساوية
الابعاد من النقطتين المعلومتين

يلزم الان ان تثبت ان النتيجة التي ذكرت مختصة بنقط السطح العمودي فقط
دعونا نفرض نقطة د من خارج السطح العمودي المذكور ونصل
بها م و ا و ب ونقطتي م و ب ونقطتي م و ا و ب ونقطتي م و ب
في نقطة م كل ما كانت ولكن في مثلث م د ب يوجد د ب
م د + م ب فاذا وضعنا عوضاً عن خط م ب خط م ا
المساوي له فالحالة السابقة تصير د ب > م د + م ا او د ب
> م ا وهذا هو الاثبات المطلوب فالان اذا علمت ثلاث تقط فراغية

نظيران هذه النقطة على سطح مستو واحد دائماً وبعد ذلك نجعل

ا و ب و ث الثلاث نقط المعلومة (شكل ٢) فالكرة التي تمر بنقطتي

ا و ب لها مركز يوجد على السطح العمود على الخط الواصل بين

ا و ب المار بنقطة و المنصقة لهذا الخط وكذلك الكرة المارة بنقطتي

ب و ث لها مركز يوجد على السطح العمود على الخط الواصل بين

نقطتي ب و ث المار بنقطة و المنصقة لهذا الخط فمركز الكرة المطلوبة

يلزم ان يوجد على كل من السطحين العمودين المذكورين وبفهم من ذلك ان

هذا المركز نقطة من نقط خط تقاطع هذين السطحين حيث ان جميع نقط خط

التقاطع المذكور متساوية الابعاد من الثلاث نقط المعلومة ومن ذلك

يفهم بالسهولة ان عدداً للكرات التي تمر بالثلاث نقط المعلومة لانهاية له

السطحان العمودان الماران بنقطتي و و اللتين هما نقطتا تصيف

خطي ا ب و ب ث يتقاطعان دائماً حين تكون الثلاث نقط المعلومة

ليست على خط واحد مستقيم

فاذا وجد الان اربع نقط كقط ا ب ب ث ه ولكن ليست على

سطح مستو واحد نفعل اولاً بالثلاث نقط الاولى اعني ا ب ب ث

كما فعلنا بالثلاث نقط السابقة فيوجد خط تقاطع السطحين العمودين الذي

نقطه كلها متساوية الابعاد من الثلاث نقط المذكورة واذا وصلنا بعد ذلك

بين نقطة ه ونقطة من نقط ا ب ب ث الثلاث مثلاً بين هذه النقطة

ونقطة ا ومددنا سطحاً عموداً على خط ه ا في نقطة تصيف هذا الخط

فجميع نقط هذا السطح تصير متساوية الابعاد من نقطتي ا و ب وبفهم

من ذلك ان نقطة تقابل خط تقاطع السطحين الاولين بالسطح الثالث هـ

الكرة المطلوبة فالرسم الوصفي لهذه المسئلة سهل تنبه فقط على انه يلزم بعد وجود

مركز الكرة المطلوبة على سطح المسقط ان تكون الابعاد التي يمتد بين

الاربع نقط المعلومة متساوية

الدعوى الثانية

معرفة وجود ثلاثة اشياء من الستة المركب منها اهرام مثلثي بعد ادراك
الثلاثة الاخر

وليعلم قبل حل هذه الدعوى ان الفراغ الواقع بين سطحين من السطوح المركب
منها الهرام المعلوم يسمى زاوية مجسمة والفراغ الواقع بين اضلاع الهرام مثلثي
مثلثي يسمى زاوية مستوية فالزاوية الواقعة بين سطحين مستويين من سطوح
الجسم المعلوم مساوية للزاوية الواقعة بين عمودين متزئلين على هذين السطحين
من نقطة مفروضة من خارج هذين السطحين وليست في الزاوية المذكورة لانها
لو كانت في الزاوية المذكورة لكانت الزاوية الواقعة بين العمودين المذكورين
زاوية السطحين المطلوبة ولاجل اثبات ذلك نجعل $م د$ و $ح ع$
السطحين المعلومين ونقطة $ا$ النقطة التي هي خارجة عن هذين السطحين
فادانزلنا من نقطة $ا$ عمودى $ا ب$ و $ا ج$ على سطحي $م د$ و $ح ع$
وجعلنا سطحاً ما رامن هذين العمودين فهذا السطح يقطع السطحين
المذكورين في خطى $ث د$ و $ث ه$ وينظر بالسهولة ان هذين الخطين عمودان
على خط $م ح$ الذى هو خط تقاطع السطحين المذكورين ويتقاطعا
في نقطة واحدة على هذا الخط وينظر ايضا ان زاوية $ث د ه$ هي مقدار
الزاوية الحادثة بين السطحين المذكورين

فمثلثا $ا ب ث$ و $ا ج ه$ متشابهان لان زاويتي $ب$ و $ج$
زاوية $ث$ مساوية لزاوية $ه$ لكون كل منهما قائمة ومن
هنا $ا ب = ا ج$ او الزاوية الواقعة بين السطحين المذكورين مساوية

فاذا فرضنا الان ان نقطة $ا$ (شكل ٤) في الزاوية الحاصلة بين
السطحين المذكورين وانزلنا من هذه النقطة عمودى $ا ب$ و $ا ج$ على كل
من هذين السطحين فهذا ان العمودان يحدان سطحاً مستوياً وهذا السطح

يقطع السطحين المذكورين في خطي $ش و ث$ و حيث ان زاويتي
 $ر و د$ قائمتان فمجموع زاويتي $ا و ث$ يصير مساويا لزاويتي قائمتين
 ويفهم من ذلك ان الزاوية الواقعة بين العمودين المذكورين في هذه الحالة هي
 تمام الزاوية الحاصلة بين السطحين المعالومين

اذا اخذت نقطة $و$ من داخل اهرام مثلث وانزل من هذه النقطة عمدا
 $و ف و و د و ه$ على سطوح $ا س ه د$ و $ا س ر و ر س ه$
 الثلاثة وفرضت سطوح مارة من هذه العواميد متى متى وسطحها وبنيقطة
 $ف و د و ه$ الثلاث فهذه السطوح تحدد اهراما مثلثيا وهو
 $و د ف ه$ وهذا الاهرام يسمى اهراما متما للاهرام الاول ويسمى بذلك لان
 الزوايا المستوية في هذا الجسم متما للزوايا الاهرام الاول المستوية وبالعكس
 لانه اذا اخذنا نقطة ومن داخل الزاوية الواقعة بين سطحي $ا س ه$ و $ا س ر$
 فزاوية $و و ف$ هي المتجهة للزاوية الواقعة بين السطحين المذكورين
 ويثبت كما ذكر ان زوايا الاهرام الثاني المستوية متما للزوايا المستوية التي
 في الاهرام الاول وهذا هو المطلوب

الستة اشياء المركب منها اهرام مثلث وهي الثلاث زوايا الاول والثلاث زوايا
 المستوية اذا تركبت وتوفقت مع بعضها ثلاثا ثلاثا فقيسده عشرين وجهها
 للتركيب ولكن تلك الاوجه ليس لها الاست حالات مختلفة

الحالة الاولى الثلاث زوايا المجسمة فقط الحالة الثانية سطحان والزاوية الواقعة
 بينهما الحالة الثالثة سطحان والزاوية المقابلة لاحدهما الحالة الرابعة
 الثلاث زوايا المستوية فقط الحالة الخامسة زاويتان والسطح الحاصل بينهما
 الحالة السادسة زاويتان والسطح المقابل لاحدهما فاما ذكرناه للاهرام المتتم
 فنظير بسهولة ان الثلاث حالات الاخيرة تنوّل الى الثلاثة الاول لانه اذا فرضنا
 انه يعلم ثلاث زوايا من اهرام فثلاث الزوايا تعتبر كأنها ثلاثة سطوح من الاهرام
 المتتم للاهرام المعالوم فاذا وجدنا الثلاثة اشياء الباقية للاهرام المتتم بطريقة
 حل الحالة الاولى وفرضنا انه معرّ لوم واخذنا متما اجزاء هذا الاهرام المتتم

فالاجزاء الحادثة هي التي تتركب الالهرايم الاول ويقتضون من ذلك انه يكفي ان يبحث
عن حل الثلاث حالات الاول

حل الحالة الاولى

طريقة وجود الثلاث زوايا المركبة منها هرايم مثلثي بعد ادراك سطوحه
الثلاثة هي ان يجعل $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$ و $ث-س-ه$ (شكل ٦)
الثلاثة سطوح المعلومة ونفرض ان سطحي $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$
ينطبقان على سطح $ا-س-ه$ فاذا اخذنا من نقطة $ف$ بعدى
 $س-ه$ و $س-ث$ متساويين نعتبر نقطتي $ف$ و $ه$ كأنهما حادثتان
من نقطة واحدة من نقط الضلع الثالث بعد التحرك الذي فرض لان كلا من
نقطتي الضلع في هذا التحرك لا يتغير بعدا من نقطة $س$ وبعد ذلك اذا انزلنا
من نقطتي $ه$ و $ف$ عمودى $ه-و$ و $ف-و$ على خطي $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$
فهذان العمودان يعتبران كأنهما المسقطان على سطح $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$ للقوسين
من الدائرتين المرسومتين من تحرك النقطة الحادثة من نقطتي $ه$ و $ف$
واذا فرضنا الان ان خط $ه-و$ يعود الى موضعه الاول فهذا الخط يفضل
دائما عمودا على خط $س-ه$ والزاوية الواقعة بين خطي $ه-و$ و $و-ه$
تصير الزاوية الحاصلة بين سطحي $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$ ولاجل رسم هذه
الزاوية ندور سطحها حول خط $و-ه$ حتى يصير سطحها واحدا مع سطح
 $ا-س-ه$ والنقطة التي من الضلع الثالث يلزم وجودها بعد التحرك على
نقطة $و$ على خط $و-ه$ وماعداها يوجد على قوس دائرة
تيمس دائرة $ه-و$ كنز $و$ ينصف قطر $ه-و$ فاذا فعلنا ما ذكرناه
في سنايين نقطتي $س-ه$ و $س-ث$ فزاوية $س-ه-و$ و $س-ث-و$ تصير الزاوية المطلوبة
ويفعل ايضا كذلك بسطحي الزاوية الحاصلة بين سطحي $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$
و $ا-س-ه$ ولوجود الزاوية الثالثة اي الحادثة بين سطحي $ا-س-ه$ و
 $ا-س-ث$ نفرض سطحها عمودا على الضلع الثالث من نقطة من نقطتها

الضلع المشار اليه بعد التحرك بنقطتي $ف$ و $هـ$ فالسطح المذكور يقطع
سطحي $اسـر$ و $ثـمـه$ في خطين عمودين على الضلع الثالث
المذكور وهذان العمودان يحددان بينهما زاوية سطحي $اسـر$ و $ثـمـه$
ولكن الخطان العمودان المذكوران في ضلان دائماً في موضعهما مدة التحرك
فيغيبهم من ذلك انه لا جل وجودهما يكفي ان يقام من نقطتي $هـ$ و $ف$ عمودا
 $هـم$ و $فـد$ على خطي $مـهـد$ و $سـمـر$ ويعلم بذلك ان خط $مـد$
اثر السطح العمود على الضلع الثالث الذي هو على سطح $اسـر$ و $ثـمـه$ وان
تقاطع السطح العمود المذكور بالاهرام المذكور مثلث اضلاعه خطوط
 $مـد$ و $مـهـد$ و $فـد$ والزاوية المقابلة لخط $مـد$ في هذا المثلث هي
الزاوية المطلوبة فاذا رسم هذا المثلث تعلم الزاوية لثلاثة الاهرام المعلوم

الحالة الثانية

اذا اريد وجود الثلاثة اشياء المجهولة من اهرام مثلثي بعدد اركان سطحيين
والزاوية الواقعة بينهما

فلاجل ذلك نجعل $اسـر$ و $ثـمـه$ و $دـسـه$ (شكل ٧) السطحيين
المعلومين و $د$ الزاوية المعلومه وبعد ذلك نفرض ان سطح $ثـمـه$ و
يدور حول خط $مـهـد$ حتى ينطبق على سطح $اسـر$ و نأخذ على
خط $ثـد$ نقطة $هـ$ كل ما كانت ونفرضها مشيرة لنقطة من الضلع
الثالث بعد التحرك فاذا انزلنا من نقطة $هـ$ عمود $هـد$ على خط
 $مـهـد$ وعاد بعد ذلك سطح $ثـمـه$ و لموضعه الحقيقي لخط $فـد$

و $وـد$ يحددان بينهما زاوية مساوية زاوية $د$ والان اذا فرضنا
هذه الزاوية حول خط $وـد$ الى ان يصير سطحا واحدا مع سطح $اسـر$ و $ثـمـه$
ففي هذا التحرك خط $وـد$ يتغير بخط $دـسـه$ الذي تحدث بينه وبين خط
 $وـد$ زاوية $شـمـه$ و $وـد$ مساوية لزاوية $كـد$ فاذا اخذنا خط $دـسـه$
مساويا لخط $دـهـد$ وانزلنا عمود $شـمـه$ و على خط $وـد$ فنقطة

و تصير المسقط على سطح $اسه ث$ للنقطة التي هي من نقط الضلع الثالث
 المنبث عليه بحرف $ه$ واذا انزلنا من نقطة $و$ عمودا على خط $مه$ ا
 ورسمنا قوس دائرة من نقطة $مه$ مركز $و$ بنصف قطر $مه$ فهذا
 القوس يقطع خط $وت$ في نقطة $في$ فاذا وصلنا بين نقطتي $مه$ و $في$
 فسطح $في مه$ ا يصير السطح الثالث المطلوب وبعد ذلك يسهل علينا
 ايجاد السطحين الباقيين

الحالة الثالثة

اذا فرضنا ان السطحين معلومان وكذلك الزاوية المقابلة لاحدهما والمراد ايجاد
 الثلاثة اشياء الباقية لتكوين هرام مثلثي
 نجعل (شكل ٨) $اسه ث و ث مه$ و السطحين المعلومين
 الزاوية المقابلة لسطح $ث مه$ وبعد ذلك ندور سطح $ث مه$ على
 $ث مه$ حين يصير سطحا واحدا مع سطح $اسه ث$ ونجعل لاجل الاستمرار
 سطح $اسه ث$ سطحا اقويا فاذا انزلنا من نقطة $كل$ ما كانت من نقط خط
 $مه$ المستقيم عمود $ه$ على خط $مه$ و جعلنا من خط $ه$ ا
 سطحا قائما فهذا السطح يقطع الهرام المجهول في المثلث الذي ضلعا $خطا$
 $ا ه$ و $ه$ والاضلع الثالث خط تقاطع السطح المذكور بالسطح الثالث
 المعلوم واذا دورنا الان السطح القائم المذكور حول خط $ا ه$ الى ان يصير
 سطحا واحدا مع سطح $اسه ث$ فالتقطة التي هي من نقط الضلع الثالث
 المنبث عليه بنقطة $ه$ يلزم ان توجد على الدائرة المرسومة من نقطة
 $و$ بنصف قطر $ه$ وان توجد ايضا على الضلع الثالث للمثلث
 و لاجل ايجاد هذا الضلع بعد التحريك الثاني فنظرائه يلزم ان يمر بنقطة
 $و$ ان ينزل من نقطة $و$ عمود $و في$ على خط $مه$ ا ومن هذا
 العمود نجعل سطحا قائما فانه هذا السطح الذي على السطح الثالث
 المذكور سابقا وخط $في$ يحددان زاوية مساوية لزاوية $ك$ ونقطة

تقاطع الخط المذكور مع الخط القائم من نقطة δ تصير من نقط خط تقاطع
السطح القائم بالسطح الثالث للهرام

ولايجاد مقدار الخط القائم المذكور نفرض ان السطح القائم المار بنقطة δ

في نقطة δ زاوية δ في δ منطبق على سطح α δ ونشئ

عمود δ وعلى خط δ فننظر مع السهولة ان خط δ δ هو

المقدار المطلوب للخط القائم المذكور فاذا دوينا الان السطح القائم الاول

حول خط α δ حتى يصير سطح واحد مع سطح α δ فالخط القائم

المذكور ينطبق على خط δ المستقيم ونقطة δ تقع على نقطة δ

ويكون خط δ δ مساويا لخط δ δ واذا وصلنا بين نقطتي α

نحصل على خط δ δ يصير مقبلا وطلع المثلث المطلوب واذا رسمنا الان قوس

دائرة من نقطة δ كمرکز ونصف قطر δ δ فهذا القوس يقطع خط α δ

في نقطتي δ δ ومن ذلك يفهم ان الدعوى التي نبحت في حلها حلين

حقيقيين واذا فرضنا ان السطح الثالث الذي ذكره دور حول خط α δ

حتى يصير سطح واحد مع سطح α δ فنقطتا δ δ يلزم ان

تكونا بعد التحول على قوسى دائرتين مرسومين من نقطة α كمرکز و بنصفى

قطر α δ وان توجد ايضا يعدين من نقطة δ مساويين لخط

δ δ فاذا رسمنا قوس دائرة من نقطة δ كمرکز و بنصف قطر مساو

لخط δ δ فهذا القوس يقطع الدائرتين المذكورتين سابقا في نقطتي

δ δ واذا وصلنا بين نقطتي δ δ وبين نقطتي δ δ و δ δ

فزاويتا δ δ و δ δ يصيران السطحين الثلاثين المحدذين مع

الاشياء المعلومة زاوية مجسمة مثلثية ويفهم من ذلك ان عدد حل هذه

الدعوى يعلم من عدد نقط تقاطع خط δ المستقيم بقوس الدائرة المرسومة

من نقطة δ كمرکز و يبعد δ δ كنصف قطر وحيث ان الخط لا يمكنه

مقابلته القوس الا في نقطتين يعلم من ذلك ان الدعوى المذكورة يمكن حلها

بطريقتين

بطريقة بين واذا كان الخط المستقيم المذكور مماسا للقوس المذكور فلا يحدث
 الاحل واحد واذا كان لا يمكنه مقابلة القوس المذكور اوصلا فهذه الدعوى
 لا يمكن حلها في هذه الحالة واما في الحالة الثانية فيمكن حلها من غير شك
 وفي الحالة الاولى يعلم انه اذا جعلت ثلاث زوايا مستوية فبعض الاوقات لا يمكن
 تركيب زاوية مجسمة مثلثية من تلك الزوايا لانه لا جلي امكان ذلك يلزم ان
 يكون حاصل جمعها اقل من اربع زوايا قائمة وان تكون كل زاوية منها اصغر من
 حاصل جمع الزاويتين الاخرتين مع بعضهما وتكون الزاوية الصغيرة منها
 اعظم من تفاضل الزاويتين الاخرتين وينتبت ذلك
 بالدعوتين الاخرتين من المقالة الخامسة في اصول

لترنر فاذا لم يحصل ما ذكرناه فتركيب

الزاوية لمجسمة بعد ادراك الثلاثة

سطوح غير ممكن

وبالله التوفيق

الان قد عت ترجمه اللازم من الهندسة الوصفية والى الطلبة اينعت اثمار
 رياضه الرهيمه وتفجرت بنابيع حكمه الشبيه للواردين وفرت بجواهر
 مسائله اعين الناظرين فالحمد لله على الاعانه في البدء والختام والصلاة
 والسلام على خير الانام واله وحبه البررة الكرام